ՀՀ ԳԱԱ Մեխանիկայի ինստիտուտ

ՍԱՐԳՍՅԱՆ ԼՈՒՍԻՆԵ ՎԱՐԴԱՆԻ

ԷԼԵԿՏՐԱՀԱՂՈՐԴԻՉ ԱՌԱՁԳԱԿԱՆ ԲԱՐԱԿ ԾԱԾԿՈՒՅԹՆԵՐՈՎ ՊԻԵԶՈԷԼԵԿՏՐԻԿ ԱՌԱՁԳԱԿԱՆ ԿԻՍԱՏԱՐԱԾՈՒԹՅԱՆ ՍԱՀՔԱՅԻՆ ՏԱՏԱՆՈՒՄՆԵՐԸ

Ա. 02.04. - Դեֆորմացվող պինդ մարմնի մեխանիկա մասնագիտությամբ ֆիզիկա-մաթեմատիկական գիտությունների թեկնածուի գիտական աստիճանի հայցման ատենախոսության

ՍԵՂՄԱԳԻՐ

Երևան – 2002

Ереванский государственный университет
Институт механики НАН Армении

САРКИСЯН ЛУСИНЕ ВАРДАНОВНА

СДВИГОВЫЕ КОЛЕБАНИЯ ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКОГО УПРУГОГО ПОЛУПРОСТРАНСТВА С ЭЛЕКТРОПРОВОДЯЩИМИ УПРУГИМИ ТОНКИМИ ПОКРЫТИЯМИ

АВТОРЕФЕРАТ

Диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела

Ереван - 2002

Ատենախոսության թեման հաստատվել է Երևանի պետական համալսարանում

Գիտական ղեկավար` ֆ. մ. գ. դ., պրոֆ. Է. Խ. Գրիգորյան

Պաշտոնական ընդդիմախոսներ` ֆ. մ. գ. դ., պրոֆ., ՀՀ ԳԱԱ թղթակից անդամ Ա.Գ. Բագդոև
ֆ. մ. գ. թ., պրոֆ. Մ.Վ. Բելուբեկյան

Առաջատար կազմակերպություն` Երևանի ճարտարապետության և շինարարության պետական համալսարան

Պաշտպանությունը կայանալու է 2002 թ. հուլիսի 19-ին ժ. "14^{00}"-ին Մեխանիկայի ինստիտուտում ք. Երևան, Մարշալ Բաղրամյան պող., 24 բ. 047 մասնագիտական խորհրդում:

Ատենախոսությանը կարելի է ծանոթանալ ՀՀ ԳԱԱ Մեխանիկայի ինստիտուտ գրադարանում

Սեղմագիրը առաքված է 2002թ. հունիսի «15»-ին

Մասնագիտական խորհրդի գիտական քարտուղար
տ. գ. դ., պրոֆեսոր Ռ. Մ. Կիրակոսյան

Тема диссертации утверждена в Ереванском государственном университете.

Научный руководитель: д. ф. м. н., проф. Э. Х. Григорян

Официальные оппоненты: д. ф. м. н., проф., член кор. НАН РА А. Г. Багдоев
к. ф. м. н., проф. М.В. Белубекян

Ведущая организация: Ереванский государственный университет архитектуры и строительства.

Защита диссертации состоится «19» июля 2002г. в «14^{00}» часов. На заседании Специализированного совета 047 при Институте механики по адресу: пр. Маршала Баграмяна, 24б, Республика Армения, 375019, Ереван.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института механики НАН Армении.

Автореферат разослан «15» июня 2002 г.
Ученый секретарь Специализированного совета:

д. т. н., проф. Р. М. Киракосян

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ.

Актуальность темы. Одним из актуальных разделов механики деформируемого твердого тела является направление, изучающее линейное взаимодействие электрических и механических полей при пьезоэлектрическом эффекте. Распространение электроупругих волн в пьезоактивных средах имеет большое значение для изучения работы различного рода пьезопреобразователей, которые находят широкое применение в различных областях современной техники. Простейшие типы упругих поверхностных волн-двухпарциальная поверхностная волна Рэлея и сдвиговая поверхностная волна Лява. Но волны Лява не являются единственно возможными сдвиговыми поверхностными волнами. Как показали Ж.Л. Блюстейн и Ю.В. Гуляев, на поверхности пьезоэлектрического полупространства могут возникать чисто сдвиговые поверхностные электроупругие волны. Интерес к поверхностным волнам объясняется тем, что они обладают рядом уникальных особенностей - относительно малая скорость распространения, доступность на пути распространения для внешних воздействии на волну, возможность возбуждения волн в пьезоэлектриках с малыми потерями.

Цель работы. Диссертационная работа посвящена исследованию распространения сдвиговых электроупругих волн в пьезоэлектрических кристаллах гексагональной симметрии класса *6mm*, контактирующего с: а) вакуумом, б) упругим проводящим слоем, в) упругим бесконечным проводящим слоем, г) упругим конечным проводящим слоем.

Научная новизна. Аналитически получены представления упругого перемещения и электрического потенциала в виде суммы волновых и неволновых частей. Обнаружено, что указанные волновые части состоят не только из поверхностных и обычных волн, но и волны (обусловленной пьезоэффектом), распространяющейся вглубь от поверхности полупространства. В случае полубесконечного проводящего слоя выявлен характер дифракции электроупругих поверхностных волн на крае проводящего слоя. Получены также асимптотические формулы, характеризующие поведения перемещений и электрического потенциала на дальной зоне. В случае конечного проводника определены перемешения и электрический потенциал на поверхностной волне.

Практическая ценность. Результаты, полученные в работе могут служить основой для создания новых приборов и аппаратов звуковой и ультразвуковой техники, электроники и радиотехники или для улучшения работы существующих приборов. На основании настоящей работы можно исследовать другие задачи на распространении электроупругих волн.

Обоснованность и достоверность. В поставленных задачах при решении использовались метод интегрального преобразования Фурье, методы теории аналитических функций, метод факторизации, метод бесконечных систем и т.д. Отсюда следует достоверность и обоснованность полученных результатов.

Апробация работы. Основные результаты диссертационной работы докладовались и обсуждались: -на научных семинарах "Механика сплошной среды" кафедры механики сплошной среды Ереванского государственного университета (1996-1999г.), на семинаре "Волновые процессы" института механики НАН Армении (2002г.), на общем семинаре института механики НАН Армении (2002г.).

Публикации. Основные результаты диссертационной работы опубликованы в 4 работах, список которых приводится в конце автореферата.

Структура и объем работы. Диссертационная работа состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы, изложенных на

123 страницах машинописного текста. Работа содержит 39 рисунка и список литературы из 84 наименований.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ.

Во введении дан краткий обзор литературы, анализ состояния проблемы и изложены основные результаты работы.

В первой главе изложены основные понятия, соотношения и уравнения линейной теории электроупругости. В первом параграфе приводятся общие уравнения линейной теории электроупругости. Во втором параграфе приводятся материальные соотношения пьезоэлектрического кристалла. В третьем параграфе приводится полная система уравнений электроупругости в квазистатическом приближении. В четвертом параграфе приводятся граничные условия в теории линейной электроупругости.

В первом параграфе второй главы рассматривается установившиеся сдвиговые колебания пьезоэлектрического полупространства (пьезоэлектрик класса *6mm* гексагональной симметрии), которое отнесено к прямоугольной системе координат $Oxyz$ и занимает область $-\infty < x < \infty$, $0 \le y < \infty$, $-\infty < z < \infty$. Ось z совпадает с главной осью симметрии кристалла. На граничной поверхности действует сосредоточенная и направленная по линии $x = 0, y = 0$ периодическая сила $Pe^{-i\omega t}$. Поле упругих перемещений представлены в виде $\vec{u} = \left(0, 0, w(x, y)e^{-i\omega t}\right)$, а электрические потенциалы $\Phi_b(x, y, t) = \overline{\Phi}_b(x, y)e^{-i\omega t}$, $\Phi_c(x, y, t) = \overline{\Phi}_c(x, y)e^{-i\omega t}$. где $\Phi_b(x, y, t)$ соответствует вакууму, а $\Phi_c(x, y, t)$ упругой среде.

Поставленная задача для амплитуд перемещений и электрических потенциалов формулируется в виде следующей граничной задачи

$$\Delta w + k^2 w = 0$$

$$\Delta\Phi_c = \frac{e_{15}}{\varepsilon_{11}}\Delta w,\ \ 0 < y < \infty,\ \ -\infty < x < \infty$$

для вакуума

$$\Delta\Phi_b = 0,\ \ -\infty < y < 0,\ \ -\infty < x < \infty$$

На границе раздела пьезоэлектрического полупространства и вакуума $y = 0$ выполняется условие

$$c_{44}\frac{\partial w}{\partial y} + e_{15}\frac{\partial \Phi_c}{\partial y} = P\delta(x),\ e_{15}\frac{\partial w}{\partial y} - \varepsilon_{11}\frac{\partial \overline{\Phi}_c}{\partial y} = \frac{\partial \overline{\Phi}_b}{\partial y},$$

$$\overline{\Phi}_c = \overline{\Phi}_b \ \ (y = 0,\ -\infty < x < \infty),$$

где $k = \omega/c,\ c = \sqrt{G/\rho}$, $G = c_{44}/(1+\chi^2)$, $\chi^2 = e_{15}^2/(\varepsilon_{11}c_{44})$ -коэффициент электромеханической связи, e_{15} -пьезоэлектрическая постоянная, ε_{11} -диэлектрическая постоянная пьезоэлектрика, c_{44} -упругая постоянная, ρ - плотность материала пьезоэлектрика.

Рассмотренная граничная задача решается с помощью метода интегрального преобразования Фурье. Сделая замену переменных $x = r\cos\varphi,\ y = r\sin\varphi,\ r = \sqrt{x^2+y^2},\ 0 < \varphi < \pi$ и вычисляя интегралы с помощью контурного интегрирования на комплексной плоскости, при этом используя представление $|\sigma| = \frac{\sigma}{\pi i}\ln(\sigma - i0) - \frac{\sigma}{\pi i}\ln(\sigma + i0) + \sigma\ \ (-\infty < \sigma < \infty)$, где σ параметр преобразования Фурье. Получены выражения для $w(r,\varphi)$, $\overline{\Phi}_c(r,\varphi)$ и $\overline{\Phi}_b(r,\varphi)$

$$w(r,\varphi) = -\frac{iP}{\pi}\int_0^\infty f_1(\tau,\varphi)e^{-\tau r}\,d\tau\, e^{i\left(kr - \frac{3\pi}{4}\right)} + \frac{P}{\pi}\int_0^\infty f_2(\tau,\varphi)e^{-\tau r}\,d\tau\, e^{iky} +$$

$$+\frac{iPA}{A^2 - B^2}\exp\left(i\sigma_n|x| - AB^{-1}\sigma_n y\right)$$

где

$$f_1(\tau,\varphi) = \frac{Bi\tau(i\tau + 2k) + k^2\sin\varphi(B\sin\varphi - iA|\cos\varphi|)}{\sqrt{\tau(2k+i\tau)}\left[(B^2 - A^2)\tau(2k + i\tau) + k^2(B\sin\varphi - iA|\cos\varphi|)^2\right]}$$

$$f_2(\tau,\varphi) = \frac{A\left(\lambda\sin\varphi - i\sqrt{\lambda^2 - k^2}|\cos\varphi|\right)\left(\lambda|\cos\varphi| + i\sqrt{\lambda^2 - k^2}\sin\varphi\right)}{\sqrt{\lambda^2 - k^2}\left[B^2\left(\lambda\sin\varphi - i\sqrt{\lambda^2-k^2}|\cos\varphi|\right)^2 + A^2\left(\lambda|\cos\varphi| + i\sqrt{\lambda^2 - k^2}\sin\varphi\right)^2\right]}$$

$$\lambda = -k\sin\varphi - i\tau$$

В выражении $w(r,\varphi)$ первый член представляет обычную объемную волну, второй член − это волна, обусловленная пьезоэффектом и распространяющаяся вглубь от поверхности полупространства, а третий член представляет поверхностную волну.

$$\overline{\Phi}_c(r,\varphi) = \frac{iA^2P}{e_{15}(B^2 - A^2)}\exp(i\sigma_n|x| - \sigma_n y) + \frac{e_{15}}{\varepsilon_{11}}w(x,y) -$$

$$-\frac{ABP}{\pi e_{15}}\int_0^\infty \frac{\sqrt{\tau(2kz + i\tau)}e^{-\tau r}\,d\tau}{(B^2 - A^2)(kz + i\tau)^2 - B^2(kz)^2}\exp\left[i\left(k|x| - \frac{\pi}{4}\right) - ky\right] -$$

$$-\frac{ABP}{2\pi e_{15}}\int_0^\infty\left[\left(A\tau - B\sqrt{\tau^2 + (k\bar{z})^2}\right)^{-1} + \left(A\tau + B\sqrt{\tau^2 + (kz)^2}\right)^{-1}\right]e^{-\tau r}\,d\tau$$

В отличии от $w(r,\varphi)$, $\overline{\Phi}_c(r,\varphi)$ имеет неволновую часть. Кроме того в выражении $\overline{\Phi}_c(r,\varphi)$ третий член представляет поверхностную волну, распространяющаяся со скоростью объемной волны. $\overline{\Phi}_c(r,\varphi)$ имеет также волновую часть, распространяющаяся вглубь от поверхности полупространства.

$$\overline{\Phi}_b(x,y) = -\frac{e_{15}PAi\exp(i\sigma_n|x| + \sigma_n y)}{\varepsilon_{11}(A^2 - B^2)}$$

$$
-\frac{e_{15}PBi}{\varepsilon_{11}\pi}\int_0^\infty \frac{\sqrt{\tau(2k+i\tau)}e^{-\tau}d\tau\exp\left(ik|x|-i\frac{\pi}{4}+ky\right)}{\left(B^2+A^2\right)\left(k\bar{z}+i\tau\right)^2-B^2\left(k\bar{z}\right)^2}-
$$

$$
-\frac{e_{15}P}{\varepsilon_{11}2\pi}\int_0^\infty\left[\left(A\tau-B\sqrt{\tau^2+(kz)^2}\right)^{-1}+\left(A\tau+B\sqrt{\tau^2+(k\bar{z})^2}\right)^{-1}\right]e^{-\tau}d\tau
$$

В выражении $\overline{\Phi}_b(x,y)$ первый член представляет поверхностную волну, второй член поверхностная волна распространяющая со скоростью объемной волны, а третий член является неволновой частью $\overline{\Phi}_b(x,y)$.

Получены также асимптотические формулы для $w(r,\varphi)$, $\overline{\Phi}_c(r,\varphi)$ и $\overline{\Phi}_b(r,\varphi)$ при $r\to\infty$

$$
w(r,\varphi)=-\frac{iPA}{B^2-A^2}\exp\left(i\sigma_n|x|-AB^{-1}\sigma_n y\right)+
$$

$$
+\left[-\frac{iP}{\sqrt{2\pi}}\frac{\sin\varphi}{\left(B\sin\varphi-iA|\cos\varphi|\right)(rk)^{1/2}}+\right.
$$

$$
\left.+\frac{P}{\sqrt{2\pi}\left(B\sin\varphi-iA|\cos\varphi|\right)}\left(\frac{A\left(A\sin\varphi-iB|\cos\varphi|\right)}{\left(B\sin\varphi-iA|\cos\varphi|\right)^2}-\frac{\sin\varphi}{8}\right)\frac{1}{(kr)^{3/2}}\right]e^{i\left(kr-\frac{\pi}{4}\right)}+
$$

$$
+w_0(r,\varphi)e^{iky}+O\left((kr)^{-5/2}\right)
$$

где

$$
w_0(r,\varphi)=-\frac{PA}{\pi B^2}\frac{1}{(kx)^2}+O\left((kr)^{-3}\right)\qquad \text{при}\qquad \varphi\neq\frac{\pi}{2},
$$

$$
w_0\left(r,\frac{\pi}{2}\right)=-\frac{iPA}{\pi B^2}\frac{1}{ky}+\frac{P\left(2A^2-B\right)}{\pi(ky)^2}+O\left((ky)^{-3}\right)
$$

$$
\overline{\Phi}_c(x,y)=\frac{iA^2P}{e_{15}\left(B^2-A^2\right)}\exp\left(i\sigma_n|x|-\sigma_n y\right)+\frac{e_{15}}{\varepsilon_{11}}w(x,y)+
$$

$$
+\frac{BP}{\sqrt{\pi}e_{15}\sqrt{2}A(kz)^{3/2}r^{3/2}}\exp\left[i\left(k|x|-\frac{\pi}{4}\right)-ky\right]+
$$

$$
+\frac{AB\cos2\varphi}{\pi B^2e_{15}(kz)^2}+\frac{iAP\sin\varphi}{\pi e_{15}k}\frac{1}{r}+O\left(r^{-\frac{5}{2}}\right)
$$

$$
\overline{\Phi}_b(x,y)=-\frac{e_{15}iAP}{\varepsilon_{11}\left(A^2-B^2\right)}\exp\left(i\sigma_n|x|+\sigma_n y\right)-
$$

$$
-\frac{e_{15}PBi\sqrt{k}}{\varepsilon_{11}\sqrt{2\pi}A^2(k\bar{z})^2}\exp\left(i\left(k|x|-\frac{\pi}{4}\right)+ky\right)r^{-3/2}-
$$

$$
-\frac{e_{15}iP\sin\varphi}{\varepsilon_{11}\pi kB}\frac{1}{r}+O\left(r^{-5/2}\right)-\frac{e_{15}P\cos2\varphi}{\varepsilon_{11}\pi B^2}\frac{1}{\left(k^2r^2\right)}
$$

Во втором параграфе рассматривается установившиеся сдвиговые колебания пьезоэлектрического полупространства (пьезоэлектрик класса *6mm* гексагональной симметрии), на граничной поверхности которого прикреплен упругий проводящий слой малой толщины. Пьезоэлектрическое полупространства отнесено к прямоугольной системе координат $Oxyz$ таким образом, чтобы ось Oz совпадала с осью симметрии пьезоэлектрика, а ось Ox была направлена вдоль границы раздела полупространства и проводящего слоя. Контактной поверхностью полупространства со слоем является плоскость $y=0$. На граничной поверхности $y=-h$ слоя действует $Pe^{-i\omega t}\delta(x)$ периодическая сила.

Поле упругих перемещений проводящего слоя представлены в виде $\vec{u}_1=\left(0,0,w_1(x,y)e^{-i\omega t}\right)$, а поле упругих перемещений и электрического потенциала полупространства соответственно в виде $\vec{u}_2=\left(0,0,w_2(x,y)e^{-i\omega t}\right)$, $\Phi(x,y,t)=\overline{\Phi}(x,y)e^{-i\omega t}$. Поставленная задача для амплитуд перемещений и электрического потенциала формулируется в виде следующей контактной задачи

$$\Delta w_2 + k_2^2 w_2 = 0,\ \Delta\overline{\Phi} = \frac{e_{15}}{\varepsilon_{11}}\Delta w_2, \quad 0 < y < \infty, \quad -\infty < x < \infty$$

$$\Delta w_1 + k_1^2 w_1 = 0, \quad -h < y < 0, \quad -\infty < x < \infty$$

условия контакта

$$G_1\frac{\partial w_1}{\partial y} = c_{44}\frac{\partial w_2}{\partial y} + e_{15}\frac{\partial \overline{\Phi}}{\partial y}, \quad w_1 = w_2, \quad \overline{\Phi} = 0, \quad y = 0, \quad -\infty < x < \infty$$

граничное условие

$$G_1\left.\frac{\partial w_1}{\partial y}\right|_{y=-h} = -P\delta(x), \qquad -\infty < x < \infty$$

где $k_2 = \dfrac{\omega}{c_2}$, $c_2^2 = \dfrac{G_2}{\rho_2}$, $k_1 = \dfrac{\omega}{c_1}$, $c_1^2 = \dfrac{G_1}{\rho_1}$.

Рассмотренная граничная задача решается с помощью метода интегрального преобразования Фурье. Полученные интегралы вычисляются с помощью контурного интегрирования на комплексной плоскости.

$$w_2(r,\varphi) = \frac{iP}{\pi}\int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{\tau(2k_2 + i\tau)}\psi_1(\alpha,\varphi)}\Big[B\left(\alpha^2 - k_2^2\right) + k_2^2\sin\varphi\left(B\sin\varphi - iA|\cos\varphi|\right) -$$

$$-ihG_1\alpha\sin\varphi\left(\alpha^2 - k_2^2 + k_1^2 - k_2^2\cos^2\varphi\right)\Big]e^{-\tau r}d\tau e^{i\left(k_2 r - \frac{3}{4}\pi\right)} +$$

$$+\frac{AP}{\pi}\int_0^\infty \frac{\left(\beta|\cos\varphi| + i\sqrt{\beta^2 - k_2^2}\sin\varphi\right)\left(\beta\sin\varphi - i\sqrt{\beta^2 - k_2^2}|\cos\varphi|\right)e^{-ir}d\tau e^{ik_2 y}}{\sqrt{\beta^2 - k_2^2}\psi_2(\beta,\varphi)} +$$

$$+PA_n^* e^{i\sigma_n^*|x| - \sqrt{\sigma_n^{*2} - k_2^2}y}$$

где

$$\psi_1(\alpha,\varphi) = \left(B^2 - A^2\right)\left(\alpha^2 - k_2^2\right) + k_2^2\left(B\sin\varphi - iA|\cos\varphi|\right)^2 +$$

$$+2iBhG_1\alpha\sin\varphi\left(\alpha^2 - k_2^2 + k_1^2 - k_2^2\cos^2\varphi\right) - 2AhG_1\alpha|\cos\varphi|\left(\alpha^2 - k_2^2\sin^2\varphi - k_1^2\right) -$$

$$-h^2G_1^2\left(\left(\alpha^2 - k_2^2\sin^2\varphi\right)^2 + k_1^4 - 2k_1^2\left(\alpha^2\cos 2\varphi + k_2^2\sin^2\varphi\right)\right), \qquad \alpha = -k_2 - ir$$

$$\psi_2(\beta,\varphi) = -\Bigg[B\left(\beta\sin\varphi - i\sqrt{\beta^2 - k_2^2}|\cos\varphi|\right) -$$

$$-ihG_1\left(\left(\beta|\cos\varphi| + i\sqrt{\beta^2 - k_2^2}\sin\varphi\right)^2 - k_1^2\right)\Bigg]^2 -$$

$$-A^2\left(\beta|\cos\varphi| + i\sqrt{\beta^2 - k_2^2}\sin\varphi\right)^2, \qquad \beta = -k_2\sin\varphi - ir$$

$$A_n^* = \frac{i\left(A\sigma_n^* - hG_1\left(\sigma_n^{*2} - k_1^2\right)\right)}{B^2\sigma_n^* + \left(2hG_1\sigma_n^* - A\right)\left(A\sigma_n^* - hG_1\left(\sigma_n^{*2} - k_1^2\right)\right)}$$

σ_n^* является корнем уравнения $B\sqrt{\sigma^2 - k_2^2} - A|\sigma| + hG_1\left(\sigma^2 - k_1^2\right) = 0$ и волновым числом поверхностной волны.

В выражении $w_2(r,\varphi)$ первый член представляет обычную обьемную волну, второй член эта волна обусловленная пьезоэффектом, распространяющаяся вглубь от поверхности полупространства, третий член представляет поверхностную волну. Наличие проводящего упругого слоя приводит к изменению амплитуды и фазы колебаний, а также влияет на скорость распространения поверхностной волны.

$$\Phi(r,\varphi) = \frac{e_{15}}{\varepsilon_{11}}\frac{PB}{\pi}\int_0^\infty \frac{\sqrt{(2k_2 z_0 + i\tau)\tau}e^{-r\tau}}{\psi(\lambda)}d\tau\exp\left[i\left(k_2|x| + \frac{\pi}{4}\right) - k_2 y\right] +$$

$$+\frac{e_{15}}{\varepsilon_{11}}\frac{P}{2\pi}\int_0^\infty\Bigg[\left(A\tau - ihG_1\bar{z}_0\left(\tau^2 + (k_1 z_0)^2\right) + B\sqrt{\tau^2 + (k_2 z_0)^2}\right)^{-1} +$$

$$+\left(A\tau + ihG_1 z_0\left(\tau^2 + (k_1\bar{z}_0)^2\right) - B\sqrt{\tau^2 + (k_2\bar{z}_0)^2}\right)^{-1}\Bigg]e^{-r\tau}d\tau -$$

$$-\frac{Pe_{15}}{\varepsilon_{11}}A_n\exp\left(i\sigma_n^*|x| - \sigma_n^* y\right) + \frac{e_{15}}{\varepsilon_{11}}w(r,\varphi)$$

В выражении $\Phi(r,\varphi)$ первый член представляет поверхностную волну распространяющаяся со скоростью объемной волны, второй член неволновая часть, а третий член поверхностная волна.

Получены также асимптотические формулы для $w_2(r,\varphi)$ и $\Phi(r,\varphi)$ при $r \to \infty$

$$w_2(r,\varphi)=\left[\frac{iBP\sin\varphi}{\sqrt{2\pi}}\frac{B\sin\varphi - iA|\cos\varphi| + ihG_1\left(k_1\varepsilon - k_2\cos^2\varphi\right)}{\left(B\sin\varphi - iA|\cos\varphi| - ihG_1\left(k_1\varepsilon - k_2\cos^2\varphi\right)\right)^2} + O\left((k_2r)^{-3/2}\right)\right]e^{i\left(k_2r-\frac{\pi}{4}\right)}+$$

$$+w_0(r,\varphi)e^{ik_2y}+PA_n^*e^{i\sigma_n^*|x|-\sqrt{\sigma_n^{*2}-k_2^2}\,y}$$

где $\varepsilon = k_1/k_2$, $w_0(r,\varphi)=\dfrac{AP}{\pi(B-ihG_1\varepsilon k_1)^2(k_2x)^2}+O\left((k_2r)^{-3}\right)$ при $x \neq 0$,

$$w_0(y,0)=\frac{1}{(B-ihG_1\varepsilon k_1)^2}\frac{1}{k_2y}+O\left((k_2r)^{-2}\right).$$

$$\Phi(r,\varphi)=\frac{e_{15}}{\varepsilon_{11}}\frac{PB}{\sqrt{2\pi}}\frac{\exp\left[i\left(k_2|x|+\frac{\pi}{4}\right)-k_2y\right]}{\left[hG_1(k_2-\varepsilon k_1)-A\right]^2(k_2z_0r)^{3/2}}+\frac{e_{15}}{\varepsilon_{11}}\frac{P}{\pi}\frac{i\sin\varphi}{(ihG_1\varepsilon k_1-B)k_2r}-$$

$$-\frac{e_{15}}{\varepsilon_{11}}PA_n^*e^{(i|x|-y)\sigma_n^*}+\frac{e_{15}}{\varepsilon_{11}}w_2(r,\varphi)+O\left((k_2r)^{-2}\right) \quad \text{при} \quad r\to\infty$$

В третьей главе рассматривается задача для упругого пьезоэлектрического полупространства (пьезоэлектрик класса *6mm* гексагональной симметрии), на граничной поверхности которого прикреплен упругий полубесконечный электропроводящий слой малой толщины h. Рассматривается также задача для пьезоэлектрического полупространства, на граничной поверхности которого находится прикрепленный с ней конечный электропроводящий слой.

В первом параграфе рассматривается задача для пьезоэлектрического полупространства на граничной поверхности которого прикреплен полубесконечный электропроводящий слой.

Предполагается, что свободная часть поверхности пьезоэлектрического полупространства $(y=0,\ -\infty<x<0)$ металлизирована. Из бесконечности $(x<0)$ вдоль оси Ox распространяется поверхностная электроупругая волна.

$$\overset{0}{U}_3(x,y,t)=A_0e^{-\sqrt{\sigma_n^2-k^2}\,y}e^{i(\sigma_nx-\omega t)}$$

$$\overset{0}{\Phi}(x,y,t)=A_0\frac{e_{15}}{\varepsilon_{11}}\left(e^{-\sqrt{\sigma_n^2-k^2}\,y}-e^{-\sigma_ny}\right)e^{i(\sigma_nx-\omega t)}$$

Поле упругих перемещений пьезоэлектрического упругого полупространства представим в виде $U=\left(0,0,U_3(x,y)e^{-i\omega t}\right)$, перемещение упругого электропроводящего слоя в виде $U_1=\left(0,0,U_3^{(1)}(x,y)e^{-i\omega t}\right)$, а электрический потенциал пьезоэлектрического полупространства в виде $\widetilde{\Phi}(x,y)e^{-i\omega t}$.

Поставленная задача формулируется в виде следующих граничных задач:

для пьезоэлектрического полупространства

$$\Delta U_3+k^2U_3=0,$$

$$\Delta\widetilde{\Phi}=\frac{e_{15}}{\varepsilon_{11}}\Delta U_3, \qquad 0<y<\infty,\ -\infty<x<\infty$$

при граничных условиях

$$\widetilde{\Phi}\Big|_{y=0}=0, \qquad -\infty<x<\infty\ ,$$

$$c_{44}\frac{\partial U_3}{\partial y}\bigg|_{y=0}+e_{15}\frac{\partial\widetilde{\Phi}}{\partial y}\bigg|_{y=0}=0, \quad -\infty<x<0$$

для электропроводящего слоя

$$\Delta U_3^{(1)}+k_1^2U_3^{(1)}=0, \qquad -h<y<0, \quad 0<x<\infty$$

при граничных условиях

$$\left.\frac{\partial U_3^{(1)}}{\partial y}\right|_{y=-h}=0, \quad \left.\frac{\partial U_3^{(1)}}{\partial x}\right|_{x=0}=0$$

условия контакта

$$U_3(x,0)=U_3^{(1)}(x,0), \qquad 0<x<\infty$$

$$c_{44}\left.\frac{\partial U_3}{\partial y}\right|_{y=0}+e_{15}\left.\frac{\partial\widetilde{\Phi}}{\partial y}\right|_{y=0}=\tau(x), \quad 0<x<\infty$$

$$\tau(x)=G_1\left.\frac{\partial U_3^{(1)}}{\partial y}\right|_{y=0}$$

Введя функции

$$W(x,y)=U_3(x,y)-A_0e^{-\sqrt{\sigma_n^2-k^2}y}e^{i\sigma_n x},$$

$$\Phi(x,y)=\widetilde{\Phi}(x,y)-A_0\frac{e_{15}}{\varepsilon_{11}}\left(e^{-\sqrt{\sigma_n^2-k^2}y}-e^{-\sigma_n y}\right)e^{i\sigma_n x}$$

и применяя преобразование Фурье для W и Φ получим

$$W(x,y)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\overline{\tau}_+(\sigma)e^{-i\sigma x-\sqrt{\sigma^2-k^2}y}}{A|\sigma|-B\sqrt{\sigma^2-k^2}}d\sigma,$$

$$\Phi(x,y)=\frac{e_{15}}{2\pi\varepsilon_{11}}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\overline{\tau}_+(\sigma)\left(e^{-\sqrt{\sigma^2-k^2}y}-e^{-|\sigma|y}\right)e^{-i\sigma x}}{A|\sigma|-B\sqrt{\sigma^2-k^2}}d\sigma$$

где $\overline{\tau}_+(\sigma)$ трансформанта Фурье контактных тангенциальных напряжений.

Далее задача сводится к решению задачи Римана теории аналитических функций.

$$\overline{R}(\sigma)\overline{\tau}_+(\sigma)+\overline{W}_-(\sigma,0)=-\frac{i\sigma}{\sigma^2-k_1^2}U_3^{(1)}(0)-\frac{A_0}{i(\sigma+\sigma_n)}, \qquad (-\infty<\sigma<\infty) \qquad (*)$$

где $\overline{\tau}_+(\sigma)$ - регулярна при $\operatorname{Im}\alpha>0$, а $\overline{W}_-(\sigma,0)$ - регулярна при $\operatorname{Im}\alpha<0$ $\quad(\alpha=\sigma+i\tau)$.

Функциональное уравнение (*) решается с помощью метода факторизации.

$$\overline{R}(\sigma)=\frac{|\sigma|}{\left(\sigma^2-k_1^2\right)c_{44}}\overline{K}(\sigma),$$

$$\overline{K}(\sigma)=\frac{c_{44}}{|\sigma|}\frac{\sigma^2-k_1^2+(hG_1)^{-1}\left(B\sqrt{\sigma^2-k^2}-A|\sigma|\right)}{B\sqrt{\sigma^2-k^2}-A|\sigma|}$$

$$\overline{\tau}_+(\sigma)=\frac{\overline{E}_+(\sigma)}{\overline{R}_+(\sigma)}, \qquad \overline{W}_-(\sigma,0)=\overline{E}_-(\sigma)\overline{R}_-(\sigma), \text{ где } \overline{R}(\sigma)=\overline{R}_+(\sigma)\overline{R}_-(\sigma),$$

$$\overline{R}_+(\sigma)=\frac{(\sigma+i0)^{1/2}}{\sqrt{c_{44}}(\sigma+k_1)}\overline{K}_+(\sigma), \quad \overline{R}_-(\sigma)=\frac{(\sigma-i0)^{1/2}}{\sqrt{c_{44}}(\sigma-k_1)}\overline{K}_-(\sigma),$$

$$\overline{K}(\sigma)=\overline{K}_+(\sigma)\overline{K}_-(\sigma), \quad \overline{K}_+(\sigma)=\exp\overline{H}_+(\sigma), \quad \overline{K}_-(\sigma)=\exp\overline{H}_-(\sigma)$$

где

$$\overline{H}_+(\sigma)=\int_0^{\infty}H(U)e^{i\sigma U}dU, \quad \overline{H}_-(\sigma)=\int_{-\infty}^{0}H(U)e^{i\sigma U}dU,$$

$$H(U)=\int_{-\infty}^{\infty}\ln\overline{K}(\sigma)e^{-i\sigma U}d\sigma, \quad -\infty<U<\infty.$$

Применив обратное преобразование Фурье к $\overline{W}_-(\sigma,0)$, получены выражения для $\overline{W}_-(x,0)$ и $\overline{W}_+(x,0)$.

Получено также выражение для $W(r,\varphi)$

$$W(r,\varphi)=-\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left[\overline{W}_1(\sigma_1,\varphi)-\frac{A\overline{\tau}_+(\sigma_n)}{\left(B^2-A^2\right)(\lambda-\lambda_n)}-\frac{A_{-1}^{(-\lambda_n)}}{\lambda+\overline{\lambda}_n}-\frac{A_{-1}^{(-\lambda_n^*)}}{\lambda+\overline{\lambda}_n^*}\right]e^{-i\lambda r}d\lambda+$$

$$+iA_{-1}^{(-\lambda_n)}e^{i\overline{\lambda}_n r}+iA_{-1}^{(-\lambda_n^*)}e^{i\overline{\lambda}_n^* r}$$

где $\quad x=r\cos\varphi, \ y=r\sin\varphi, \ 0<\varphi<\pi/2$.

$$\overline{W_1}(\sigma_1,\varphi)=\frac{\left[\sqrt{\sigma_n}\,\overline{K}_+(k_1)\overline{K}_+(\sigma_n)(\sigma_1+\sigma_n)\right]^{-1}hG_1(a\sigma_1+b)\overline{K}_-(\sigma_1)(\sigma-i0)^{1/2}\dfrac{d\sigma_1}{d\lambda}}{hG_1\left(\sigma_1^2-k_1^2\right)+B\sqrt{\sigma_1^2-k^2}-A\,\mathrm{sgn}(\lambda+k\sin\varphi)\sigma_1}$$

$$a=\overline{K}_+(k_1)A_0(\sigma_n+k_1)-\sqrt{k_1\sigma_n}\,U_3^{(1)}(0)\overline{K}_+(\sigma_n)$$

$$b=\overline{K}_+(k_1)A_0(\sigma_n+k_1)k_1-\sigma_n\sqrt{k_1\sigma_n}\,U_3^{(1)}(0)\overline{K}_+(\sigma_n)$$

$$\sigma_1(\lambda)=\lambda|\cos\varphi|+i\sqrt{\lambda^2-k^2}\sin\varphi\ ,\quad \frac{d\sigma_1}{d\lambda}=\frac{\sqrt{\lambda^2-k^2}\cos\varphi+i\lambda\sin\varphi}{\sqrt{\lambda^2-k^2}}\ ,$$

$-\overline{\lambda}_n=-\sigma_n\cos\varphi-i\sigma_n AB^{-1}\sin\varphi$ и при $\varphi<\varphi_0$, $\varphi_0=arctg\dfrac{\sigma_n}{k}$,

$$\left[B\sqrt{\sigma_1^2-k^2}-A\,\mathrm{sgn}(\lambda+k\sin\varphi)\sigma_1\right]_{\lambda=-\overline{\lambda}_n}=0$$

$$\left[hG_1\left(\sigma_1^2-k_1^2\right)+B\sqrt{\sigma_1^2-k_1^2}-A\,\mathrm{sgn}(\lambda+k\sin\varphi)\sigma_1\right]_{\lambda=-\overline{\overline{\lambda}}_n}=0$$

$A_{-1}^{(-\overline{\lambda}_n)}=iA_0$ при $\varphi<\varphi_0$

$A_{-1}^{(-\overline{\lambda}_n)}=i\dfrac{\left(\sigma_n^2-k_1^2\right)A_0}{\sigma_n^2-k_1^2+2A\sigma_n(hG_1)^{-1}}$ при $\varphi>\varphi_0$

$A_{-1}^{(-\overline{\lambda}_n^*)}=i\dfrac{\left(\sigma_n^*-k_1\right)\sqrt{\sigma_n^*}\,\overline{K}_+\left(\sigma_n^*\right)E_+\left(-\sigma_n^*\right)}{c_{44}\left.\dfrac{df_1}{d\sigma}\right|_{\sigma=-\sigma_n^*}}$ при $\varphi<\widetilde{\varphi}_0$

$A_{-1}^{(-\overline{\lambda}_n^*)}=0$ при $\varphi>\widetilde{\varphi}_0$

$$\left.\left(\frac{df}{d\sigma}\right)^{-1}\right|_{\sigma=-\sigma_n^*}=\frac{A\sigma_n^*+hG_1\left(k_1^2-\sigma_n^{*2}\right)}{(hG_1)^{-1}\sigma_n^*\left(A^2-B^2\right)+\left(k_1^2-\sigma_n^{*2}\right)\left(A-2\sigma_n^*hG_1\right)-2\sigma_n^{*2}A}$$

Если $k_1=\sigma_n=\sigma_n^*$ то $A_{-1}^{(-\overline{\lambda}_n)}=\dfrac{\overline{\tau}_+(-\sigma_n)A}{A^2-B^2}$, $A_{-1}^{(-\overline{\lambda}_n^*)}=0$ при $\varphi<\varphi_0=\widetilde{\varphi}_0$, а при $\varphi>\varphi_0=\widetilde{\varphi}_0$ — $A_{-1}^{(-\overline{\lambda}_n)}=0$.

А когда $\dfrac{\pi}{2}<\varphi<\pi$ для $W(r,\varphi)$ получено

$$W(r,\varphi)=\frac{c}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left[\overline{W}_2(\sigma_2,\varphi)-\frac{A_{-1}^{(-\lambda_n)}}{\lambda+\lambda_n}-\frac{A_{-1}^{(-\lambda_n^*)}}{\lambda+\lambda_n^*}-\frac{A_{-1}^{(\overline{\lambda}_n)}}{\lambda-\overline{\lambda}_n}\right]e^{i\lambda r}d\lambda+iA_{-1}^{(\overline{\lambda}_n)}e^{i\overline{\lambda}_n r}$$

где

$$\overline{W}_2(\sigma_2,\varphi)=\frac{(\sigma_2-i0)^{1/2}\,\overline{K}_-(\sigma_2)(a\sigma_2+b)}{(\sigma_2+\sigma_n)\left(hG_1\left(\sigma_2^2-k_1^2\right)+B\sqrt{\sigma_2^2-k^2}-A\,\mathrm{sgn}(\lambda-k\sin\varphi)\sigma_2\right)}\frac{d\sigma_2}{d\lambda}$$

$$\sigma_2(\lambda)=\lambda|\cos\varphi|-i\sqrt{\lambda^2-k^2}\sin\varphi\ ,$$

$$A_{-1}^{(-\lambda_n)}=-i\frac{\sqrt{\sigma_n}\,\overline{K}_+(\sigma_n)(b-a\sigma_n)}{hG_1\left(\sigma_n^2-k_1^2\right)}$$

$$A_{-1}^{(-\lambda_n^*)}=-i\frac{\sqrt{\sigma_n^*}\,\overline{K}_+\left(\sigma_n^*\right)\left(b-a\sigma_n^*\right)\sqrt{\sigma_n^{*2}-k^2}}{\left(\sigma_n-\sigma_n^*\right)\left(\sqrt{\sigma_n^{*2}-k^2}\left(A-2hG_1\sigma_n^*\right)-B\sigma_n^*\right)}$$

Получены асимптотические выражения для функции перемещения $W(r,\varphi)$ с помощью метода Лайтхила, когда $0<\varphi<\pi/2$ и $\pi/2<\varphi<\pi$. Также получены выражения для $\Phi(x,y)$ и асимптотические формулы для $\Phi(x,y)$, когда $x>0$ и $x<0$.

Во втором параграфе рассматривается пьезоэлектрическое полупространство (пьезоэлектрик класса *6mm* гексагональной структуры), на граничной поверхности которого прикреплен упругий конечный электропроводящий слой малой толщины h . Полагается, что свободная часть поверхности пьезоэлектрического полупространства $(y=0,|x|>a)$ металлизирована. Из бесконечности $(x<0)$ вдоль оси Ox распространяется поверхностная электроупругая волна.

$$\overset{0}{u}(x,y,t)=A_0 e^{-\sqrt{\sigma_n^2-k_2^2}\,y}e^{i(\sigma_n x-\omega t)}$$

$$\overset{0}{\Phi}(x,y,t)=A_0\frac{e_{15}}{\varepsilon_{11}}\left(e^{-\sqrt{\sigma_n^2-k_2^2}\,y}-e^{-\sigma_n y}\right)e^{i(\sigma_n x-\omega t)}$$

Поле упругих перемещений пьезоэлектрического полупространства представим в виде $u=\left(0,0,u_3(x,y)e^{-i\omega t}\right)$, перемещение упругого электропроводящего слоя в виде $u_1=\left(0,0,u_3^{(1)}(x,y)e^{-i\omega t}\right)$, а электрический потенциал пьезоэлектрического полупространства в виде $\widetilde{\Phi}(x,y)e^{-i\omega t}$.

Поставленная задача формулируется в виде следующих граничных задач:

для пьезоэлектрического полупространства

$$\Delta u_3+k_2^2u_3=0,\quad \Delta\widetilde{\Phi}=\frac{e_{15}}{\varepsilon_{11}}\Delta u_3,\quad 0<y<\infty,\ -\infty<x<\infty$$

при граничных условиях

$$\left.\widetilde{\Phi}\right|_{y=0}=0,\ -\infty<x<\infty,\quad c_{44}\left.\frac{\partial u_3}{\partial y}\right|_{y=0}+e_{15}\left.\frac{\partial\widetilde{\Phi}}{\partial y}\right|_{y=0}=0\ \text{при}\ |x|>a$$

для электропроводящего слоя

$$\frac{d^2u_3^{(1)}(x)}{dx^2}+k_1^2u_3^{(1)}=-\frac{1}{hG_1}\tau(x),\qquad |x|<a$$

при граничных условиях

$$\left.\frac{du_3^{(1)}(x)}{dx}\right|_{x=-a}=0,\quad \left.\frac{du_3^{(1)}(x)}{dx}\right|_{x=a}=0$$

При этом должны выполняться еще условия контакта

$$u_3(x,0)=u_3^{(1)}(x),$$

$$c_{44}\left.\frac{\partial u_3}{\partial y}\right|_{y=0}+e_{15}\left.\frac{\partial\Phi}{\partial y}\right|_{y=0}=\tau(x),\qquad |x|<a\ .$$

Введем функции

$$w(x,y)=u_3(x,y)-A_0e^{-\sqrt{\sigma_n^2-k_2^2}\,y}e^{i\sigma_n x}$$

$$\Phi(x,y)=\widetilde{\Phi}(x,y)-A_0\frac{e_{15}}{\varepsilon_{11}}\left(e^{-\sqrt{\sigma_n^2-k_2^2}\,y}-e^{-\sigma_n y}\right)e^{i\sigma_n x}$$

$$w_0(x)=(\theta(x+a)-\theta(x-a))w(x,0),\quad w_1(x,0)=(\theta(-x-a)+\theta(x-a))w(x,0)$$

$U_3^{(1)}(x)=(\theta(x+a)-\theta(x-a))u_3^{(1)}(x)$, $\theta(x)$ – функция Хевисайда.

Применяя обобщенное преобразование Фурье и решая контактную задачу, получим

$$\overline{w}(\sigma,y)=-\frac{\overline{\tau}_0(\sigma)e^{-\sqrt{\sigma^2-k_2^2}\,y}}{B\sqrt{\sigma^2-k_2^2}-A|\sigma|}$$

$$\overline{\Phi}(\sigma,y)=-\frac{e_{15}}{\varepsilon_{11}}\frac{\overline{\tau}_0(\sigma)}{B\sqrt{\sigma^2-k_2^2}-A|\sigma|}\left(e^{-\sqrt{\sigma^2-k_2^2}\,y}-e^{-|\sigma|y}\right)$$

Для определения $\overline{\tau}_0(\sigma)$ получено сингулярное интегральное уравнение первого рода

$$\int_{-1}^{1}\left[\frac{1}{\pi}\frac{1}{s-x}-\lambda^*\,\mathrm{sgn}(x-s)+R(x,s)\right]\tau(as)ds=$$

$$=A_0c_{44}i\sigma_n^*e^{i\sigma_n^*x}-\frac{c_{44}ik_1^*}{2}\left(u_3^{(1)}(a)e^{ik_1^*(1-x)}-u_3^{(1)}(-a)e^{ik_1^*(1+x)}\right),\quad |x|<1$$

где $\sigma_n^*=\sigma_na$, $\lambda^*=c_{44}a/2hG_1$, $R(x-s)=\frac{\partial}{\partial x}K_1\left(k_2^*|x-s|\right)-\lambda^*\left(e^{ik_1^*|x-s|}-1\right)\mathrm{sgn}(x-s)$,

$k_2^*=k_2a$

Имея в виду, что $\tau(ax)$ имеет корневую особенность при $x=\pm1$, решение уравнения ищем в виде

$$\tau(ax)=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\left(a_0+\sum_{k=1}^{\infty}a_kT_k(x)\right)$$

где $T_k(x)=\cos(k\arccos x)$ - многочлены Чебышева первого рода.

Получим следующую бесконечную систему линейных алгебраических уравнений относительно $\{a_k\}_{k=1}^{\infty}$:

$$a_m + \sum_{k=1}^{\infty}\left(K_{m,k} + R_{m,k}\right)a_k = f_m + a_0\varphi_m, \quad m = 1, 2, \cdots$$

где $f_m = 2A_0c_{44}(-i)^m J_m\left(\sigma_n^*\right) + (-i)^m e^{ik_1^*} c_{44}\left[u_3^{(1)}(a)J_m\left(-k_1^*\right) + u_3^{(1)}(-a)J_m\left(k_1^*\right)\right]$

$\varphi_m = \dfrac{2}{\pi}R_{mo} + 2\pi\lambda^*\delta_{m,1}$, $J_m(x)$ - функция Бесселя первого рода, $\delta_{m,1}$ - символ Кронекера,

$$R_{m,k} = \frac{2}{\pi}\int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1} R(x-s)\frac{T_k(s)}{\sqrt{1-s^2}}\,ds\sqrt{1-x^2}\,U_{m-1}(x)dx$$

$$K_{m,k} = \frac{4}{\pi}\lambda^*\begin{cases}\dfrac{2m\left[1+(-1)^{k-m}\right]}{[k^2-(m-1)^2][k^2-(m+1)^2]}, & k \neq m-1,\ k \neq m+1\\ 0, & k = m-1,\ k = m+1\end{cases}$$

Считая $a_m\ (m = 0, 1, 2, \cdots)$ известными и применяя к $\bar{\tau}_0(\sigma)$ преобразование Фурье, получим

$$\bar{\tau}_0(\sigma) = \pi\sum_{k=0}^{\infty} a_k e^{-ik\frac{\pi}{2}} J_k(\sigma)$$

Тогда

$$w(x,y) = -\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\bar{\tau}_0(\sigma)e^{-\sqrt{\sigma^2-k_2^2}\,y}e^{-i\sigma x}}{B\sqrt{\sigma^2-k_2^2} - A|\sigma|}\,d\sigma$$

$$\Phi(x,y) = -\frac{e_{15}}{\varepsilon_{11}}\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\bar{\tau}_0(\sigma)\left(e^{-\sqrt{\sigma^2-k_2^2}\,y-|\sigma|y}\right)e^{-i\sigma x}}{B\sqrt{\sigma^2-k_2^2} - A|\sigma|}\,d\sigma$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Диссертационная работа посвящена решению конкретных задач относительно сдвиговых колебаний пьезоэлектрического упругого полупространства, когда граничная поверхность полупространства свободна и граничит с вакуумом; когда вся граничная поверхность покрыта тонким электропроводяшим упругим слоем, когда часть граничной поверхности покрыта полубесконечным упругим электропроводяшим слоем, а остальная свободная часть металлизирована; когда часть граничной поверхности покрыта конечным электропроводяшим слоем, а остальная свободная часть металлизирована.
   В точной математической постановке теории электроупругости, в рамках известных физических предположений относительно контактирующих тел и электромагнитного поля, в работе получены математически обоснованные решения указанных выше задач.
2. При решении задач о сдвиговых колебаниях упругого пьезоэлектрического полупространства в случаях, когда граничная поверхность свободна и граничит с вакуумом, и когда она покрыта полностью электропроводяшим слоем, возникает вопрос исследования полученных при этом интегралов, подинтегральные выражения которых не являются предельными значениями аналитических функций. Здесь дается новый подход, который позволяет провести исследование вышеуказанных интегралов в комплексной плоскости и получить представление перемещений и электрических потенциалов в виде конкретных волновых и неволновых частей. При этом обнаружена объемная волна, обусловленная пьезоэффектом и распространяющаяся вглубь полупространства от граничной поверхности, причем на самой граничной поверхности она является неволновой частью перемещений граничных точек поверхности. Получены асимптотические формулы для перемещений и электрических потенциалов в дальней зоне. Выявлено также влияние электропроводящего слоя на амплитуды и фазы колебаний точек поверхности полупространства.
3. Рассмотрена новая сложная задача о дифракции электроупругой поверхностной волны на крае полубесконечного

электропроводящего слоя. Решение задачи сводится к решению задачи Римана из теории аналитических функций. Дается замкнутое решение задачи. Далее, для перемещений и электрического потенциала получены асимптотические формулы в дальней зоне, откуда виден характер дифрагирования электроупругих волн.

4. Решена новая задача о дифракции поверхностной электроупругой волны на крае конечного электропроводящего слоя. Задача сводится к решению сингулярного интегрального уравнения, а затем к квазивполне регулярной бесконечной системе линейных алгебраических уравнений. Получены выражения перемещений и электрического потенциала на поверхностной волне.

СПИСОК НАУЧНЫХ РАБОТ

1. **Григорян Э.Х., Саркисян Л.В.** О сдвиговых колебаниях пьезоэлектрического полупространства. Изв. НАН Арм., Механика, 1996, т.49, №3, с.23-30.
2. **Григорян Э.Х., Саркисян Л.В.** Дифракция сдвиговых электроупругих поверхностных волн на крае электропроводящего упругого слоя. Изв. НАН Арм., Механика, 1999, т.52, №1, с.30-39.
3. **Саркисян Л.В.** Дифракция сдвиговых поверхностных волн на крае электропроводящего конечного упругого слоя. Изв. НАН Арм., Механика, 2000, т. 53, №3, с. 52-58.
4. **Саркисян Л.В.** О сдвиговых колебаниях пьезоэлектрического полупространства, на граничной поверхности которого прикреплен упругий проводящий слой. Изв. НАН Арм., Механика, 1997, т.50, №3-4, с.115-119.

15.05.2014

ԱՄՓՈՓՈՒՄ

Ատենախոսությունը նվիրված է սահքի էլեկտրաառաձգական ալիքների տարածմանը 6mm դասի պիեզոէլեկտրիկ բյուրեղներում, որը սահմանակցվում է՝ 1) վակուումի, 2) առաձգական էլեկտրահաղորդիչ անվերջ շերտի, 3) առաձգական էլեկտրահաղորդիչ կիսաանվերջ շերտի, 4) առաձգական էլեկտրահաղորդիչ վերջավոր շերտի հետ:

Անալիտիկ եղանակով ստացված են տեղափոխության եւ էլեկտրական պոտենցիալների տեսքերը ալիքային եւ ոչ ալիքային մասերի գումարով: Ցույց է տված, որ նշված ալիքային մասերը բաղկացած են ոչ միայն մակերեւութային եւ ծավալային ալիքներից, այլ նաեւ ալիքից (պայմանավորված պիեզոէֆեկտով), որը տարածվում է կիսատարածության մակերեւույթից դեպի ներս:

Կիսաանվերջ էլեկտրահաղորդիչ շերտի դեպքում ստացված է էլեկտրաառաձգական մակերեւութային ալիքի դիֆրակցիան էլեկտրահաղորդիչ շերտի եզրում: Ստացված են նաեւ ասիմպտոտիկ բանաձեւեր, որոնք բնութագրում են տեղափոխության եւ էլեկտրական պոտենցիալի վարքը անվերջությունում:

Վերջավոր էլեկտրահաղորդիչ շերտի դեպքում ստացված են տեղափոխության եւ էլեկտրական պոտենցիալի արտահայտությունները մակերեւութային ալիքի համար: