ՀՀ ԳԱԱ ՄԵԽԱՆԻԿԱՅԻ ԻՆՍՏԻՏՈՒՏ

ՀՐԱՅՐ ՌՈԲԵՐՏԻ ԱՎԵՏԻՍՅԱՆ

ԿՏՈՐ ԱՌ ԿՏՈՐ ՀԱՍՏԱՏՈՒՆ ՀԱՍՏՈՒԹՅԱՆ ՍԱԼԵՐԻ ՕՊՏԻՄԱԼ ՆԱԽԱԳԾՈՒՄԸ ԾՌՄԱՆ, ԿԱՅՈՒՆՈՒԹՅԱՆ ԵՎ ՏԱՏԱՆՈՒՄՆԵՐԻ ԽՆԴԻՐՆԵՐՈՒՄ

Ա.02.04 - «Դեֆորմացվող պինդ մարմնի մեխանիկա» մասնագիտությամբ տեխնիկական գիտությունների թեկնածուի գիտական աստիճանի հայցման ատենախոսության

Ս Ե Ղ Մ Ա Գ Ի Ր

Երևան - 2014

ИНСТИТУТ МЕХАНИКИ НАН РА

АВЕТИСЯН ГРАЙР РОБЕРТОВИЧ

ОПТИМАЛЬНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ ПЛАСТИН КУСОЧНО-ПОСТОЯННОЙ ТОЛЩИНЫ В ЗАДАЧАХ ИЗГИБА, УСТОЙЧИВОСТИ И КОЛЕБАНИЙ

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности
01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела

Ереван-2014

© National Library of Armenia OCR by Portmind

Ատենախոսության թեման հաստատվել է ՀՀ ԳԱԱ Մեխանիկայի ինստիտուտում

Գիտական ղեկավար՝ ֆ-մ. գ.թ. դոցենտ **Ա. Գ. Պողոսյան**

Պաշտոնական ընդդիմախոսներ՝

ֆ-մ. գ. դ. պրոֆ. **Ս.Վ. Սարգսյան**
ֆ-մ. գ. թ. **Գ. Ջ. Գևորգյան**

Առաջատար կազմակերպություն՝
Ճարտարապետության և շինարարության Հայաստանի ազգային համալսարանը

Պաշտպանությունը կայանալու է 2014թ. սեպտեմբերի 12-ին ժ. 14^{00}-ին Մեխանիկայի ինստիտուտում՝ ք. Երևան, Մարշալ Բաղրամյանի պող., 24/2, Մեխանիկայի-047 մասնագիտական խորհրդում:

Ատենախոսությանը կարելի է ծանոթանալ ՀՀ ԳԱԱ Մեխանիկայի ինստիտուտի գրադարանում:
Սեղմագիրը առաքված է 2014թ. օգոստոսի 8-ին:

Մասնագիտական խորհրդի գիտական քարտուղար՝ ֆ-մ. գ. դ. **Ա. Վ. Սահակյան**

Тема диссертации утверждена в Институте механики НАН РА

Научный руководитель: к.ф-м.н. доцент **А. Г. Погосян**

Официальные оппоненты:

д.ф-м.н. проф. **С.В. Саркисян**
к.ф-м.н. **Г.З. Геворкян**

Ведущая организация:
Национальный университет архитектуры и строительства Армении

Защита состоится 12-го сентября 2014г. в 14^{00} ч. на заседании Специализированного совета Механика-047 в Институте механики по адресу: г. Ереван, пр. Маршала Баграмяна 24/2.
С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института механики НАН РА
Автореферат разослан 8 августа 2014г.

Ученый секретарь специализированного совета, д.ф-м.н **А. В. Саакян**

© National Library of Armenia

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Как известно, создание новых конструкционных материалов и усовершенствование их свойств является одним из требований технического развития. В последнее время в различных областях техники широкое распространение получило применение современных композиционных материалов. Благодаря их отличительным физико-механическим свойствам, высокой удельной прочности и жесткости, анизотропии, возможности одновременного создания материала и конструкции, которые способствуют проектированию тонкостенных элементов конструкций наибольшей несущей способности и минимального веса, композиционные материалы широко применяются в машиностроении, строительстве, судостроении, авиационной и космической технике, подводных и летательных аппаратах.

Одной из основных задач проектировщика является расчет наиболее распространенных тонкостенных элементов конструкций переменной толщины или усиленных накладками и ребрами жесткости по различным критериям оптимальности: прочности, жесткости, устойчивости, весовым, ценовым и т.д. Определение напряженно-деформированного состояния пластин и оболочек сложной конструкции и переменной толщины, разработка и совершенствование методов их оптимального проектирования, решение прикладных задач являются важными задачами механики деформируемого твердого тела.

Вышесказанным объясняется актуальность темы настоящей диссертационной работы, посвященной вопросам оптимального проектирования пластин кусочно-переменной толщины, изготовленных из изотропного и композиционного материалов, при изгибе, потере устойчивости и колебаниях.

Цель и задачи работы. Целью диссертационной работы является исследование вопросов изгиба, устойчивости и колебаний пластин переменной (кусочно-постоянной) толщины, изготовленных из изотропного и ортотропного композиционного материалов, определение оптимальных геометрических и физических параметров конструкции, обеспечивающих наименьшее значение максимального прогиба при изгибе, а также наибольшие значения критического напряжения и низшей частоты собственных колебаний.

В соответствии с поставленной целью в диссертации исследовались задачи оптимального проектирования прямоугольных пластин кусочно-постоянной толщины, изготовленных из изотропных и композиционных материалов по следующим критериям оптимальности:

- минимума наибольшего значения прогиба (жесткости) при изгибе,
- наибольшего значения критической нагрузки,
- наибольшего значения низшей частоты собственных поперечных колебаний,
- наибольшего значения низшей частоты собственных поперечных колебаний при действии на пластинку сжимающих сил,
- наибольшего значения сжимающих сил при заданном значении низшей частоты собственных поперечных колебаний.

Методы исследования. Учитывая, что при расчётах тонкостенные конструкции, изготовленные из композитов моделируются, как слоистые анизотропные, в рассмотренных в работе задачах использованы основные уравнения и соотношения классической теории изгиба, устойчивости и колебаний анизотропных пластин С.А. Амбарцумяна. В частном случае эти уравнения использованы также при расчете изотропных пластин. При оптимальном проектировании пластин кусочно-постоянной толщины использованы методы нелинейного программирования: деформируемого многогранника (Нелдера - Мида) и прямого поиска.

© National Library of Armenia

Научная новизна. Научная новизна проведенных в работе исследований заключается в следующем:

- Исследованы задачи поперечного изгиба прямоугольных пластин кусочно-постоянной толщины, изготовленных из изотропных и композиционных материалов. Определены геометрические и физические параметры, которые при их постоянном весе и заданных габаритных размерах обеспечивают наименьшее значение максимального прогиба.
- Обсуждены вопросы оптимального проектирования прямоугольных пластин кусочно-постоянной толщины, изготовленных из изотропных и композиционных материалов. Определены оптимальные параметры конструкций, которые при их постоянном весе и заданных габаритных размерах обеспечивают наибольшее значение критической нагрузки.
- В задачах колебаний пластин кусочно-постоянной толщины, изготовленных из изотропных и композиционных материалов, показано, что оптимальным выбором геометрических и физических параметров конструкций можно существенно увеличить значение низшей частоты собственных колебаний по сравнению с соответствующей величиной равновесной пластинки постоянной толщины.
- Исследованы собственные колебания пластин кусочно-постоянной толщины, изготовленных из изотропных и композиционных материалов, когда пластинка загружена сжимающими усилиями, действующими в серединной плоскости. При различных способах закрепления торцевых сторон пластинки решены задачи оптимального проектирования при заданных значениях сжимающей нагрузки или низшей частоты колебаний. Определены соответствующие оптимальные геометрические и физические параметры.
- На основе полученных результатов показано, что изготовлением пластинки переменной (кусочно-постоянной) толщины при ее неизменном весе можно значительно увеличить значение низшей частоты собственных колебаний при заданном значении сжимающей нагрузки и значение этой нагрузки при заданном значении низшей частоты собственных колебаний

Достоверность полученных результатов. Достоверность полученных в работе результатов обосновывается применением классической теории изотропных и анизотропных пластин, а также точных методов решения задач оптимального проектирования, использованием методов и алгоритмов нелинейного программирования, достоверность которых показана на многочисленных примерах решения задач теории пластин и оболочек.

Практическая ценность работы. В диссертации решены ряд прикладных задач, относящихся к исследованию напряженно-деформированного состояния, устойчивости и колебаний пластин кусочно-постоянной толщины, изготовленных из изотропных и композиционных материалов. В особенности, важное практическое значение имеют исследования, относящиеся к оптимальному проектированию рассматриваемых конструкций. Анализ полученных в работе результатов может быть применен при расчете тонкостенных элементов несущих конструкций, используемых в машиностроении, гражданском и промышленном строительстве и других областях техники. Выбор оптимальных геометрических и физических параметров указанных конструкций дает возможность создать конструкции наибольшей несущей способности и минимального веса, удовлетворяющих соответствующим условиям эксплуатации.

Основные положения, выносимые на защиту.

- Решение задач оптимального проектирования пластин кусочно-постоянной толщины, изготовленных из изотропных и композиционных материалов при поперечном изгибе.
- Решение задач оптимального проектирования пластин кусочно-постоянной толщины,

© National Library of Armenia

изготовленных из изотропных и композиционных материалов по критерию устойчивости.

- Решение задач оптимального проектирования пластин кусочно-постоянной толщины, изготовленных из изотропных и композиционных материалов по критерию наибольшего значения низшей частоты свободных колебаний.
- Решение задач собственных колебаний пластинки кусочно-постоянной толщины, изготовленных из изотропных и композиционных материалов, когда пластинка загружена сжимающими усилиями, действующими в серединной плоскости. Решение задач оптимизации рассматриваемых пластин при заданных значениях сжимающей нагрузки или низшей частоты собственных колебаний.

Апробация работы. Основные результаты диссертационной работы докладывались на:

- Международной конференции "Актуальные проблемы механики сплошной среды", Армения, Дилиджан, 2010;
- Международной конференции "Актуальные проблемы механики сплошной среды", Армения, Цахкадзор, 2012;
- Заседании отдела "Механика тонкостенных систем" Института механики НАН Армении, 2014;
- Общем научном семинаре Института механики НАН Армении, 2014;

Публикации: Основные положения и результаты диссертации опубликованы в 8 статьях, названия которых приводятся в списке опубликованных работ.

Структура и объём работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав, основных выводов, списка использованных литературных источников из 109 наименований. Работа изложена на 124 страницах, включая 36 таблиц и 19 рисунков.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

В первой главе приводится обзор работ по теме диссертации, основные уравнения и соотношения классической теории анизотропных пластин, которые используются в работе при расчете и оптимальном проектировании пластин кусочно-постоянной толщины, изготовленных из композиционных материалов (КМ).

В 1.1 приводится обзор литературы и современное состояние исследований по теме диссертации. Отмечаются работы Агаловяна Л.А., Алфутова Н.А., Амбарцумяна С.А., Амиро И.Я., Андреева А.Н., Баничука Н.С., Белубекяна Э.В., Болотина В.В., Бранда А., Васильева В.В., Васинтинского З., Вольмира А.С., Геворкяна Г.З., Гнуни. В.Ц., Дарбиняна А.З., Джонеса Р.М., Дзоу Д., Заруцкого В.А., Зиновьева П.А., Игнатьева О.В., Киракосяна Р.М., Кобелева Б.Б., Кореневой Е.Б., Сюй Ю.П., Лехницкого С.Г., Немировского Ю.В., Новичкова Ю.Н., Образцова И.Ф., Олхофа Н., Пикуля В.В., Погосяна А.Г., Попова Б.Г., Редди Дж.Н., Рикардса Р.Б., Рыбаковой О.В., Саркисяна В.С., Тимошенко П.С., Химмельблау Д., и других авторов.

В 1.2 приводятся основные уравнения и соотношения теории ортотропных пластин, которые используются в работе при решении задач изгиба, устойчивости и собственных колебаний композитных пластин кусочно-постоянной толщины. В частном случае получаются уравнения для пластин, изготовленных из изотропного материала.

Во второй главе рассматриваются задачи изгиба прямоугольной пластинки кусочно-постоянной толщины, изготовленной из изотропного и композиционного материалов. Определяются оптимальные геометрические и физические параметры пластинки, которые, при неизменном весе и габаритных размерах, обеспечивают наименьшее значение ее максимального прогиба.

© National Library of Armenia

В 2.1 рассматривается изгиб прямоугольной изотропной пластинки размерами $2L \times b$, нагруженной нормальной нагрузкой интенсивностью $q(y)$, шарнирно опертой по сторонам $y = 0$, $y = b$ и свободной, свободно опертой или жестко закрепленной по сторонам $x = \pm L$. Предполагается, что пластинка на участках $-L \le x \le -a$ и $a \le x \le L$ имеет толщину h_1, а на участке $-a \le x \le a$ - толщину h_2 (рис.1).

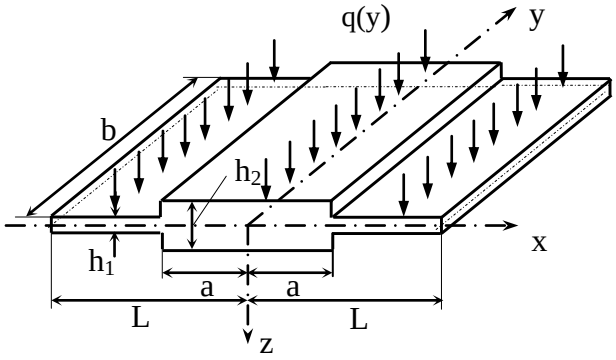

Рис.1. Расчетная схема пластинки

Ставится следующая задача оптимизации: сохраняя неизменным вес и габаритные размеры $\xi = 2L/b$ конструкции, определить ее оптимальные геометрические параметры a, h_1 и h_2 при которых наибольшие прогибы пластинки примут наименьшее значение.

Задача изгиба пластинки решается для каждого из ее участков $(p = 1, 2)$, соответствующих толщинам h_1 и h_2, с удовлетворением условий сопряжения на линии их раздела.

Выражения функций прогибов для каждого из участков пластинки, удовлетворяющих дифференциальным уравнениям изогнутой срединной поверхности этих участков

$$D^{(p)}\ \Delta^2 w_p = q(y), \qquad (p = 1, 2), \tag{1}$$

а также граничным условиям на сторонах $y = 0$, $y = b$ и условиям симметрии на линии $x = 0$, представляются в виде:

$$w_1(x,y) = \sum_{k=1}^{\infty}\left(\frac{q_k}{D^{(1)}\lambda_k^4} + C_{1k}^{(1)} ch\lambda_k x + C_{2k}^{(1)} sh\lambda_k x + C_{3k}^{(1)}\, x ch\lambda_k x + C_{4k}^{(1)}\, x sh\lambda_k x\right)\sin\lambda_k y,$$

$$w_2(x,y) = \sum_{k=1}^{\infty}\left(\frac{q_k}{D^{(2)}\lambda_k^4} + C_{1k}^{(2)} ch\lambda_k x + C_{4k}^{(2)}\, x sh\lambda_k x\right)\sin\lambda_k y, \tag{2}$$

где: q_k - коэффициенты разложения нагрузки $q(y)$ в ряд Фурье, $\lambda_k = \pi k/b$, $D^{(p)} = E\ h_p^3/12(1-\nu^2)$- цилиндрические жесткости соответствующих участков пластинки, E и ν - упругие постоянные материала.

Коэффициенты $C_{ik}^{(p)}$ определяются из соответствующих граничных условий на крае $x = L$ (свободный край, свободно опертый или жестко закрепленный), а также из условий непрерывности прогибов, углов поворота, изгибающих моментов и обобщенных поперечных сил на линии $x = a$.

Задача определения оптимальных параметров пластинки, обеспечивающих наименьшее значение ее максимального прогиба, сводится к следующей задаче нелинейного программирования:

Найти

© National Library of Armenia

$$\min_{\bar{x}} \max_{p} w_p, \quad \bar{x} = \{a, h_1, h_2\}, \qquad (p = 1, 2) \tag{3}$$

при ограничениях

$$h_2 = \frac{L}{a}(h_0 - h_1) + h_1, \tag{4}$$

$$0.01\delta_1 \le h_1 \le 0.2\delta_1, \qquad 0.01\delta_2 \le h_2 \le 0.2\delta_2 \tag{5}$$

Ограничение (4) следует из условия постоянства веса конструкции, а ограничения (5) обусловлены пределами применимости классической теории пластин. Здесь принимается: $\delta_1 = L - a$, когда $L - a \le b$, $\delta_1 = b$, когда $L - a \ge b$, $\delta_2 = 2a$, когда $2a \le b$, $\delta_2 = b$, когда $2a \ge b$.

Задача (3)-(5) решается методом деформируемого многогранника (Нелдера-Мида) в сочетании с методом прямого поиска (МПП).

Произведены числовые расчеты для всех рассмотренных случаев закрепления торцевых сторон пластинки при $\bar{h}_0 = h_0 / b = 0.02$, $\xi \in [1,10]$, $q(y) = q_0 = Const$ и $q(y) = q_0 \sin(m\pi y / b)$.

Расчеты показывают, что наибольшие прогибы оптимальной пластинки по сравнению с соответствующими значениями равновесной пластинки уменьшаются на 35-50 %, причем в случае свободного края пластинки оптимальным получается проект с большей толщиной пластинки на ее крайних участках, а в случаях свободного опирания и заделки – в средней части.

В 2.2 рассматривается предыдущая задача (рис.1) для случая, кода пластинка изготовлена из элементарных ортотропных слоев КМ, уложенных поочередно под углами $\pm\varphi$ к оси ох пластинки. В рамках феноменологического подхода такая структурная модель пластинки позволяет считать ее однородной ортотропной с осредненными свойствами, которые могут быть определены экспериментально.

Здесь ставится задача определения оптимальных геометрических α, h_1, h_2 и физического φ параметров, обеспечивающих наименьшее значение максимального прогиба при неизменном весе и заданных габаритных размерах конструкции.

Ввиду симметрии, рассматривается правая половина пластинки, причем задача изгиба решается для участков $(p = 1, 2)$ пластинки, соответствующих толщинам h_1 и h_2, с удовлетворением условий сопряжения на линии их раздела.

Дифференциальные уравнения срединной поверхности пластинки для каждого из ее участков записываются в виде:

$$D_{11}^{(p)} \frac{\partial^4 w_p}{\partial x^4} + 2\left(D_{12}^{(p)} + 2D_{66}^{(p)}\right) \frac{\partial^4 w_p}{\partial x^2 \partial y^2} + D_{22}^{(p)} \frac{\partial^4 w_p}{\partial y^4} = q(y) \quad (p = 1, 2), \tag{6}$$

где: $D_{ik}^{(p)} = B_{ik} h_p^3 / 12, (i, k = 1, 2, 6)$ - жесткости соответствующих участков $(p = 1, 2)$ пластинки, B_{ik} - упругие характеристики КМ в главных геометрических направлениях пластинки, которые по формулам поворота выражаются через соответствующие характеристики в главных физических направлениях, они же, в свою очередь, определяются посредством упругих постоянных композита E_1, E_2, G_{12}, ν_{12}, ν_{21}.

Решения уравнений (6) зависят от значения $D^{(p)} = \left(D_3^{(p)}\right)^2 - D_{11}^{(p)} D_{22}^{(p)}$, где $D_3^{(p)} = D_{12}^{(p)} + 2D_{66}^{(p)}$. В частности, при $D^{(p)} < 0$

© National Library of Armenia

$$w_p(x,y)=\sum_{k=1}^{\infty}\left(\frac{q_k}{D_{22}^{(p)}\lambda_k^4}+C_{1k}^{(p)}ch\alpha_1^{(p)}\lambda_k x\cos\alpha_2^{(p)}\lambda_k x+C_{2k}^{(p)}ch\alpha_1^{(p)}\lambda_k x\sin\alpha_2^{(p)}\lambda_k x+\right.$$
$$\left.+C_{3k}^{(p)}sh\alpha_1^{(p)}\lambda_k x\cos\alpha_2^{(p)}\lambda_k x+C_{4k}^{(p)}sh\alpha_1^{(p)}\lambda_k x\sin\alpha_2^{(p)}\lambda_k x\right)\sin\lambda_k y, \qquad (7)$$

где $\alpha_1^{(p)}=\sqrt{\frac{\sqrt{D_{11}^{(p)}D_{22}^{(p)}}+D_3^{(p)}}{2D_{11}^{(p)}}}$, $\alpha_2^{(p)}=\sqrt{\frac{\sqrt{D_{11}^{(p)}D_{22}^{(p)}}-D_3^{(p)}}{2D_{11}^{(p)}}}$, $\lambda_k=\frac{\pi k}{b}$.

Здесь в выражениях $w_p(x,y)$, удовлетворяющих условиям шарнирного опирания на сторонах $y=0$ и $y=b$, участвуют 8 постоянных коэффициентов $C_{ik}^{(p)},(p=1,2,i=1,2,3,4)$, которые определяются из условий симметрии на линии $x=0$, соответствующих граничных условий на крае $x=L$, а также условий сопряжения на линии раздела участков $x=a$.

Как и в предыдущем параграфе, поставленная задача оптимизации сводится к задаче нелинейного программирования (3)-(5), где вектор управления имеет вид $\bar{x}=\{a,h_1,h_2,\varphi\}$, которая решается методом Нелдера-Мида в сочетании с методом прямого поиска.

Произведены числовые расчеты для всех случаев закрепления торцов пластинки при $\bar{h}_0=h_0/b=0.02$, $\xi\in[0.5,5]$, $q(y)=q_0=Const$ и $q(y)=q_0\sin(m\pi y/b)$. В качестве материала пластинки принят КМ со следующими приведенными характеристиками: $\bar{B}_{11}^0=1$; $\bar{B}_{22}^0=B_{22}^0/B_{11}^0=0.6164$; $\bar{B}_{12}^0=B_{12}^0/B_{11}^0=0.12$; $\bar{B}_{66}^0=B_{66}^0/B_{11}^0=0.1572$; $G_{23}/G_{13}=1$; $E_1/B_{11}^0=0.9875$; $G_{23}/B_{11}^0=0.1572$.

Расчеты показывают, что в случае, когда торцевые края пластинки свободно оперты или заделаны оптимальной получается конструкция с большей толщиной на ее среднем участке ($\bar{h}_2>\bar{h}_1$), а в случае свободных краев – на крайних участках ($\bar{h}_2<\bar{h}_1$).

В таблице 1 для случая свободно опертых торцевых сторон пластинки при $q(y)=Const$ приведены безразмерные значения оптимальных параметров пластинки $\bar{a}=a/2L$, $\bar{h}_1=h_1/b$, $\bar{h}_2=h_2/b$, φ, соответствующие наибольшие приведенные значения прогибов $\bar{w}_1$ и $\bar{w}_2$ ($\bar{w}_p=w_p D_0/q_k b^4$, где $D_0=B_{11}^0h_0^3/12$) на каждом из ее участков и их координаты $\bar{x}_1$, $\bar{x}_2$ ($\bar{x}=x/2L$). Для сравнения приведены также наименьшие значения наибольших прогибов пластинки постоянной толщины $\bar{w}_0$, которые получаются при углах φ_0 укладки элементарных слоев.

Таблица 1.

Оптимальные параметры пластинки из КМ в случае свободно опертых торцевых сторон, при $q(y)=Const$

ξ	$\bar{a}$	$\bar{h}_1$	$\bar{h}_2$	φ	$\bar{x}_2$	$\bar{w}_2\cdot10^2$	$\bar{x}_1$	$\bar{w}_1\cdot10^2$	$\bar{w}^0\cdot10^2$	φ_0
0.5	0.363	0.013	0.0229	0°	0	0.0632	0.364	0.0319	0.0774	0°
0.75	0.428	0.011	0.0216	45°	0	0.2444	0.339	0.0717	0.2634	45°
1.0	0.123	0.011	0.0491	90°	0.123	0.2478	0.274	0.2994	0.5005	45°
1.5	0.079	0.015	0.0469	90°	0.079	0.3759	0.267	0.5313	0.9734	55°
2.0	0.056	0.017	0.0440	90°	0.056	0.5059	0.265	0.8232	1.2381	90°
2.5	0.039	0.019	0.0379	90°	0.039	0.7321	0.246	1.0627	1.2982	90°
3.0	0.030	0.019	0.0357	90°	0.030	0.8226	0.245	1.2079	1.3122	90°
5.0	0	0.020	0.0200	90°	0	1.3074	0	1.3074	1.3074	90°

© National Library of Armenia

Как следует из таблицы 1, оптимальный проект позволяет значительно уменьшить максимальные прогибы пластинки. Так, при ξ=1 прогибы по сравнению со сплошной пластинкой равного веса уменьшаются на 40%. С увеличением длины пластинки этот эффект снижается, а уже при $\xi \geq 5$ оптимальной становится пластинка постоянной толщины.

В третьей главе рассматриваются задачи оптимального проектирования по устойчивости прямоугольной пластинки кусочно-постоянной толшины, изготовленной из изотропного и композиционного материалов, когда пластинка по двум противоположным кромкам в направлении оу нагружена равномерно распределенной нагрузкой, а торцевые кромки свободны, свободно оперты или жестко закреплены.

Сохраняя вес и габаритные размеры пластинки постоянными, определяются ее оптимальные геометрические и структурные параметры, обеспечивающие максимальное значение критической нагрузки.

В 3.1 рассматривается задача устойчивости прямоугольной изотропной пластинки размерами $2L \times b$, нагруженной на шарнирно опертых краях $y = 0$ и $y = b$ равномерно распределенной сжимающей нагрузкой интенсивностью σ, а торцевые края $x = \pm L$ свободны, свободно оперты или жестко закреплены. Предполагается, что пластинка на участках $-L \leq x \leq -a$ и $a \leq x \leq L$ имеет толщину h_1, а на участке $-a \leq x \leq a$ - толщину h_2 (рис.2).

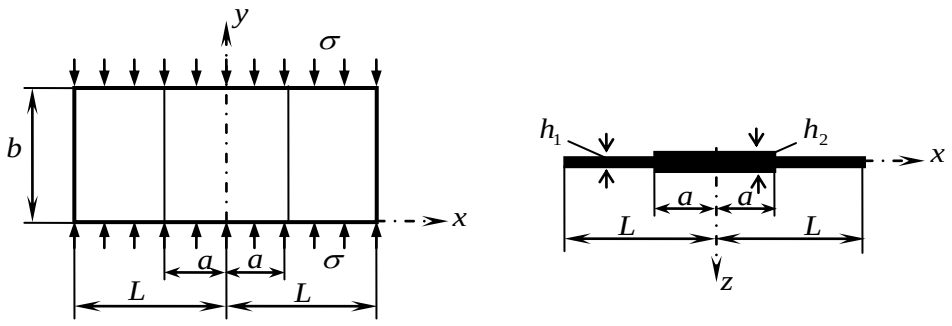

Рис.2. Расчетная схема пластинки

Ставится задача определения оптимальных параметров a, h_1, h_2, обеспечивающих наибольшее
значение критической нагрузки σ при постоянном весе и габаритных размерах $\xi = 2L/b$ пластинки.

Решения уравнений устойчивости пластинки, записанных для каждого из ее участков

$$D^{(p)}\Delta^2 w_p + \sigma h_p \frac{\partial^2 w_p}{\partial y^2} = 0 \qquad (p = 1, 2), \tag{8}$$

удовлетворяющие условиям шарнирного опирания на краях $y = 0$ и $y = b$, принимаются в виде:

- в случае симметричной потери устойчивости

$$w_1 = \left(C_{1m}^{(1)} ch\mu_{1m}^{(1)}\lambda_m x + C_{2m}^{(1)} sh\mu_{1m}^{(1)}\lambda_m x + C_{3m}^{(1)} \cos\mu_{2m}^{(1)}\lambda_m x + C_{4m}^{(1)} \sin\mu_{2m}^{(1)}\lambda_m x\right)\sin\lambda_m y, \tag{9}$$

$$w_2 = \left(C_{1m}^{(2)} ch\mu_{1m}^{(2)}\lambda_m x + C_{3m}^{(2)} \cos\mu_{2m}^{(2)}\lambda_m x\right)\sin\lambda_m y,$$

- в случае антисимметричной потери устойчивости

$$w_1 = \left(C_{1m}^{(1)} ch\mu_{1m}^{(1)}\lambda_m x + C_{2m}^{(1)} sh\mu_{1m}^{(1)}\lambda_m x + C_{3m}^{(1)} \cos\mu_{2m}^{(1)}\lambda_m x + C_{4m}^{(1)} \sin\mu_{2m}^{(1)}\lambda_m x\right)\sin\lambda_m y, \tag{10}$$

$$w_2 = \left(C_{2m}^{(2)} sh\mu_{1m}^{(2)}\lambda_m x + C_{4m}^{(2)} \sin\mu_{2m}^{(2)}\lambda_m x\right)\sin\lambda_m y,$$

© National Library of Armenia

где $\mu_{1m}^{(p)}=\sqrt{k_{pm}+1}$, $\mu_{2m}^{(p)}=\sqrt{k_{pm}-1}$, $k_{pm}=\sqrt{\dfrac{\sigma h_p}{D^{(p)}\lambda_m^2}}$, $k_{1m}^2=k_{2m}^2\dfrac{h_2^2}{h_1^2}$.

Удовлетворение граничных условий на стороне $x=L$ и сопряжения на линии раздела участков $x=a$ в случаях симметричной и несимметричной потери устойчивости, для всех рассмотренных видов закрепления торцевых сторон пластинки, приводит к системе однородных линейных уравнений, откуда из условия существования ненулевых решений получаются соответствующие трансцендентные уравнения относительно коэффициента k_{2m}. После определения k_{2m} критические напряжения определятся по формуле

$$\sigma_{cr}=k_{2m}^2D^{(2)}\lambda_m^2/h_2. \tag{11}$$

Задача определения оптимальных параметров a, h_1, h_2 пластинки приводится к следующей задаче нелинейного программирования:

Найти

$$\max_{\bar{x}}\min_{m}\sigma_{cr},\qquad \bar{x}=\{a,h_1,h_2\}, \tag{12}$$

при ограничениях

$$h_2=\frac{L}{a}(h_0-h_1)+h_1, \tag{13}$$

$$0.01\delta_1\le h_1\le 0.2\delta_1,\qquad 0.01\delta_2\le h_2\le 0.2\delta_2, \tag{14}$$

Задача (12)-(14) решается методом деформируемого многогранника (МДМ).

Результаты, произведенных здесь числовых расчетов, показывают, что в случае свободного края $x=L$ оптимальной является пластинка, толщина которой в средней части больше, чем на краях ($\bar{h}_2>\bar{h}_1$), а в случаях свободно опертого и заделанного краев толщина пластинки больше на ее крайнем участке ($\bar{h}_2<\bar{h}_1$), причем, по сравнению с равновесной пластинкой постоянной толщины, критические напряжения увеличиваются в случае свободного края в 3.5-5 раз, а в случаях свободно опертого и заделанного краев в 1.4-1.7 раз.

В **3.2** рассматривается задача предыдущего параграфа (рис.2) для случая, когда пластинка изготовлена из КМ.

Ставится следующая задача оптимального проектирования: определить оптимальные геометрические a, h_1, h_2 и физический φ параметры пластинки, обеспечивающие наибольшее значение критической нагрузки σ при постоянном весе и габаритных размерах $\xi=2L/b$ пластинки.

Уравнения устойчивости для каждого из участков ортотропной пластинки записываются в виде:

$$D_{11}^{(p)}\frac{\partial^4 w_p}{\partial x^4}+2\left(D_{12}^{(p)}+2D_{66}^{(p)}\right)\frac{\partial^4 w_p}{\partial x^2\partial y^2}+D_{22}^{(p)}\frac{\partial^4 w_p}{\partial y^4}+\sigma h_p\frac{\partial^2 w_p}{\partial y^2}=0\quad (p=1,2), \tag{15}$$

Решения этих уравнений, удовлетворяющих условиям шарнирного опирания на сторонах $y=0$ и $y=b$ принимаются в виде:

$$w_p(x,y)=\left(C_{1m}^{(p)}ch\mu_{1m}^{(p)}\lambda_m x+C_{2m}^{(p)}sh\mu_{1m}^{(p)}\lambda_m x+C_{3m}^{(p)}\cos\mu_{2m}^{(p)}\lambda_m x+C_{4m}^{(p)}\sin\mu_{2m}^{(p)}\lambda_m x\right)\sin\lambda_m y, \tag{16}$$

где

$$\mu_{1m}^{(p)}=\sqrt{\frac{D_3^{(p)}}{D_{11}^{(p)}}+\sqrt{\left(\frac{D_3^{(p)}}{D_{11}^{(p)}}\right)^2+\frac{D_{22}^{(p)}}{D_{11}^{(p)}}\left(k_{pm}^2-1\right)}},\quad \mu_{2m}^{(p)}=\sqrt{\sqrt{\left(\frac{D_3^{(p)}}{D_{11}^{(p)}}\right)^2+\frac{D_{22}^{(p)}}{D_{11}^{(p)}}\left(k_{pm}^2-1\right)}-\frac{D_3^{(p)}}{D_{11}^{(p)}}},$$

© National Library of Armenia

$$D_3^{(p)} = D_{12}^{(p)} + 2D_{66}^{(p)}, \quad k_{pm}^2 = \frac{\sigma h_p}{D_{22}^{(p)} \lambda_m^2}, \quad k_{1m}^2 = k_{2m}^2 \frac{h_2^2}{h_1^2}:$$

Удовлетворение граничных условий на стороне $x = L$ и сопряжения на линии раздела участков $x = a$ в случаях симметричной и несимметричной потери устойчивости для всех рассмотренных видов закрепления торцевых сторон пластинки приводит к системе однородных линейных уравнений относительно коэффициентов $C_{im}^{(p)} \left(p = 1,2, i = 1,2,3,4\right)$, откуда из условия существования ненулевых решений получаются соответствующие трансцендентные уравнения относительно коэффициента k_{2m}. Определив минимального значения k_{2m} из соответствующего трансцендентного уравнения, критические напряжения определятся по формуле

$$\sigma_{cr} = k_{2m}^2 D_{22}^{(2)} \lambda_m^2 / h_2. \tag{17}$$

Определение оптимальных параметров пластинки, обеспечивающих наибольшее значение критической нагрузки, сводится к задаче нелинейного программирования:

Найти

$$\max_{\bar{x}} \min_{m} \bar{\sigma}_{cr}, \qquad \bar{x} = \left\{ \alpha, \ \bar{h}_1, \ \bar{h}_2, \ \varphi \right\} \tag{18}$$

при ограничениях

$$H_{in}\left(k_{2m}\right) = 0 \ \left(i = 1,2\right), \ \left(n = 1,2,3\right)$$

$$h_2 = \frac{L}{a}\left(h_0 - h_1\right) + h_1, \tag{19}$$

$$0.01\delta_1 \le h_1 \le 0.2\delta_1, \ \ 0.01\delta_2 \le h_2 \le 0.2\delta_2, \qquad 0 \le \varphi \le 90^0 \tag{20}$$

где $\bar{\sigma}_{cr} = \sigma_{cr} / B_{11}^0$, $\bar{h}_1 = h_1 / b$, $\bar{h}_2 = h_2 / b$, $\bar{a} = a / 2L$.

Первые из ограничений в виде равенств (19) являются трансцендентными уравнениями относительно k_{2m}, второе соответствует условию постоянства веса конструкции.

Как и в предыдущем параграфе, задача решается МДМ в сочетании с МПП.

Численные расчеты произведены для случаев свободного, свободно опертого и заделанного края $x = L$ пластинки при $\xi = 1$, $\bar{h}_0 = h_0 / b = 0.015; \ 0.02; \ 0.025; \ 0.03$; $\bar{B}_{11}^0 = 1$; $\bar{B}_{22}^0 = 0.0818$; $\bar{B}_{12}^0 = 0.0196$; $\bar{B}_{66}^0 = 0.04297$; $G_{23} / G_{13} = 1$; $\bar{E}_1 = 0.995$; $\bar{G}_{23} = 0.0497$.

В таблице 2 приведены значения оптимальных параметров и соответствующих критических напряжений для случая свободно опертого края пластинки. Там же приведены значения критических напряжений для равновесной пластинки постоянного сечения.

Таблица 2.

Оптимальные параметры пластинки из КМ в случае свободно опертых торцевых сторон

$\bar{h}_0$	$\bar{a}$	$\bar{h}_1$	$\bar{h}_2$	φ	$\bar{\sigma}_{cr} \cdot 10^3$	$\bar{\sigma}_{cr}^0 \cdot 10^3$
0.015	0.65	0.0240	0.0101	45^0	0.5686	0.4004
0.02	0.65	0.0340	0.0125	45^0	1.1520	0.7118
0.025	0.65	0.0425	0.0156	45^0	1.9038	1.1122
0.03	0.60	0.0495	0.0170	45^0	2. 8130	1.6015

© National Library of Armenia

Расчеты показывают, что во всех случаях опирания торцевого края пластинки получается $\bar{h}_1 > \bar{h}_2$, причем критические напряжения оптимальной пластинки по сравнению с соответствующим значением пластинки постоянной толщины увеличиваются: в случае свободного торцевого края – приблизительно в 3 раза, свободно опертого края – 1.7 раза, заделанного края – 2 раза.

В четвертой главе рассматриваются свободные колебания прямоугольной пластинки кусочно-постоянной толшины, изготовленной из изотропного и композиционного материалов, когда пластинка свободно оперта по двум противоположным кромкам, а торцевые кромки свободны, свободно оперты или жестко закреплены.

Сохраняя вес и габаритные размеры пластинки постоянными, определяются ее оптимальные геометрические и структурные параметры, обеспечивающие максимальное значение низшей частоты собственных колебаний.

Рассматриваются также задачи собственных колебаний для случая, когда пластинка нагружена сжимающими усилиями, действующими в ее срединной плоскости. В этих задачах определяются оптимальные параметры пластинки, которые при заданной сжимающей нагрузке обеспечивают максимальное значение низшей частоты собственных колебаний, или при заданном значении низшей частоты собственных колебаний обеспечивают наибольшее значение сжимающей нагрузки.

В 4.1 рассматриваются свободные колебания изотропной пластинки размерами $2L \times b$ свободно опертой по сторонам $y = 0$ и $y = b$ и свободной, свободно опертой или защемленной по сторонам $x = \pm L$. Предполагается, что пластинка на участках $-L \le x \le -a$ и $a \le x \le L$ имеет толщину h_1, а на участке $-a \le x \le a$ - толщину h_2.

Ставится задача определения оптимальных параметров a, h_1, h_2, обеспечивающих максимальное значение низшей частоты собственных колебаний ω при постоянном весе и габаритных размерах $\xi = 2L/b$ пластинки.

Решения уравнений свободных колебаний пластинки, записанных для каждого из ее участков

$$D^{(p)}\Delta^2 w_p + \rho h_p \frac{\partial^2 w_p}{\partial t^2} = 0 \ , (p = 1, 2), \tag{21}$$

принимаются в виде

$$w_p(x, y, t) = \left(C_{1m}^{(p)} ch\mu_{1m}^{(p)}\lambda_m x + C_{2m}^{(p)} sh\mu_{1m}^{(p)}\lambda_m x + C_{3m}^{(p)} \cos\mu_{2m}^{(p)}\lambda_m x + C_{4m}^{(p)} \sin\mu_{2m}^{(p)}\lambda_m x\right)\sin\lambda_m y \sin\omega_m t, \tag{22}$$

где $\mu_{1m}^{(p)} = \sqrt{k_{pm} + 1}$, $\mu_{2m}^{(p)} = \sqrt{k_{pm} - 1}$, $k_{pm}^2 = \omega_m^2 \dfrac{\rho h_p}{D^{(p)}\lambda_m^4}$, $k_{1m}^2 = k_{2m}^2 \dfrac{h_2^2}{h_1^2}$.

Удовлетворение граничных условий на стороне $x = L$ и сопряжения на линии раздела участков $x = a$ в случаях симметричной и несимметричной форм колебаний, для всех рассмотренных видов закрепления торцевых сторон пластинки приводит к системе однородных линейных уравнений, откуда из условия существования ненулевых решений получаются соответствующие трансцендентные уравнения относительно коэффициентов k_{2m}. Частоты собственных колебаний пластинки определятся по формуле

$$\omega_m = k_{2m}\lambda_m^2 \sqrt{D^{(2)}/(\rho h_2)}. \tag{23}$$

Задача определения оптимальных параметров конструкции приводится к задаче нелинейного программирования:

© National Library of Armenia

Найти

$$\omega = \max_{\bar{x}} \min_{m} \omega_m, \bar{x} = \left\{\bar{a},\ \bar{h}_1,\ \bar{h}_2\right\}, \tag{24}$$

при ограничениях

$$H_{in}\left(k_{2m}\right) = 0,\ \ \left(i = 1,2;\ n = 1,2,3\right)\ , h_2 = \frac{L}{a}\left(h_0 - h_1\right) + h_1, \tag{25}$$

$$0.01\delta_1 \le h_1 \le 0.2\delta_1, \qquad 0.01\delta_2 \le h_2 \le 0.2\delta_2. \tag{26}$$

Задача (24)-(26) решается МДМ.

Числовые расчеты, произведенные для пластинки, при $\xi = 1,\ \ \bar{h}_0 = 0.015; 0.02; 0.03$, показывают, что в оптимальном проекте, по сравнению с пластинкой постоянной толщины, значение низшей частоты собственных колебаний увеличивается в 2.3 раза в случае свободного края и в 1.3 раза – в случаях свободно опертого и заделанного краев. При этом в первом случае $\bar{h}_1 < \bar{h}_2$, а в других $\bar{h}_1 > \bar{h}_2$.

В 4.2 рассматривается задача, поставленная в предыдущем параграфе для случая, когда пластинка изготовлена из элементарных слоев КМ, расположенных поочередно под углами $\pm\varphi$ к оси ox пластинки.

Ставится задача определения оптимальных параметров $a,\ h_1,\ h_2,\ \varphi$, обеспечивающих максимальное значение низшей частоты собственных колебаний ω при постоянном весе, равном весу пластинки постоянной толщины h_0, и заданных габаритных размерах $\xi = 2L/b$.

Уравнения свободных колебаний для каждого из участков пластинки записываются в виде

$$D_{11}^{(p)}\frac{\partial^4 w_p}{\partial x^4} + 2\left(D_{12}^{(p)} + 2D_{66}^{(p)}\right)\frac{\partial^4 w_p}{\partial x^2 \partial y^2} + D_{22}^{(p)}\frac{\partial^4 w_p}{\partial y^4} + \rho h_p \frac{\partial^2 w_p}{\partial t^2} = 0,\ \ (p = 1,2\ ). \tag{27}$$

Решения уравнения (27) с удовлетворением условий шарнирного опирания на сторонах $y = 0,\ \ y = b$ принимается в виде (22), где

$$\mu_{1m}^{(p)} = \sqrt{\frac{D_3^{(p)}}{D_{11}^{(p)}} + \sqrt{\left(\frac{D_3^{(p)}}{D_{11}^{(p)}}\right)^2 + \frac{D_{22}^{(p)}}{D_{11}^{(p)}}\left(k_{pm}^2 - 1\right)}},\ \ \mu_{2m}^{(p)} = \sqrt{\sqrt{\left(\frac{D_3^{(p)}}{D_{11}^{(p)}}\right)^2 + \frac{D_{22}^{(p)}}{D_{11}^{(p)}}\left(k_{pm}^2 - 1\right)} - \frac{D_3^{(p)}}{D_{11}^{(p)}}},$$

$$D_3^{(p)} = D_{12}^{(p)} + 2D_{66}^{(p)},\ \ k_{pm}^2 = \omega_m^2 \frac{\rho h_p}{D_{22}^{(p)}\lambda_m^4},\ \ k_{1m}^2 = k_{2m}^2 \frac{h_2^2}{h_1^2},\ \ (p = 1,2)\ .$$

Удовлетворение граничных условий на стороне $x = L$ и сопряжения на линии раздела участков $x = a$ в случаях симметричной и несимметричной форм колебаний $\left(i = 1,2\right)$, для всех рассмотренных видов закрепления торцевых сторон пластинки $\left(n = 1,2,3\right)$ приводит к системе однородных линейных уравнений относительно постоянных интегрирования, входящих в выражения прогибов, откуда из условия существования ненулевых решений получаются соответствующие трансцендентные уравнения относительно коэффициентов k_{2m}.

$$H_{in}\left(k_{2m}\right) = 0,\ \left(i = 1,2;\ n = 1,2,3\right). \tag{28}$$

Частоты собственных колебаний пластинки определятся по формуле

$$\omega_m = k_{2m}\,\lambda_m^2\sqrt{D_{22}^{(2)}/\left(\rho h_2\right)}: \tag{29}$$

Задача нелинейного программирования, описывающая поставленную задачу оптимизации, представляется в виде:

© National Library of Armenia

Найти:

$$\omega = \max_{\bar{x}} \min_{m} \bar{\omega}_m, \qquad \bar{x} = \left\{ \bar{a},\ \bar{h}_1,\ \bar{h}_2, \varphi \right\} \tag{30}$$

при ограничениях (25)-(26).

Числовые расчеты, произведенные для всех случаев закрепления стороны $x = L$ пластинки при $\xi = 1$, $\bar{h}_0 = h_0 / b = 0.015,\ 0.02,\ 0.025,\ 0.03$; $\bar{B}_{11}^0 = 1$, $\bar{B}_{22}^0 = B_{22}^0 / B_{11}^0 = 0.0818$, $\bar{B}_{12}^0 = B_{12}^0 / B_{11}^0 = 0.0196$, $\bar{B}_{66}^0 = B_{66}^0 / B_{11}^0 = 0.04297$, показывают, что в оптимальном проекте значение низшей частоты собственных колебаний, по сравнению с пластинкой постоянной толщины, увеличивается приблизительно в 1.8 раза в случае свободного края и в 1.4 – в случаях свободно опертого и заделанного краев. При этом во всех случаях $\bar{h}_1 > \bar{h}_2$.

В 4.3 рассматриваются собственные колебания прямоугольной изотропной пластинки размерами $2L \times b$, нагруженной на шарнирно опертых краях $y = 0$ и $y = b$ равномерно распределенной сжимающей нагрузкой интенсивностью σ, а торцевые края $x = \pm L$ свободны, свободно оперты или жестко закреплены. Предполагается, что пластинка на участках $-L \le x \le -a$ и $a \le x \le L$ имеет толщину h_1, а на участке $-a \le x \le a$ - толщину h_2 (рис.2).

Ставится следующая задача оптимального проектирования: при постоянном весе пластинки, равным весу пластинки постоянной толщины h_0 и заданных габаритных размерах $\xi = 2L/b$ определить оптимальные параметры $a,\ h_1,\ h_2$ пластинки, обеспечивающие:

а) максимальное значение низшей частоты собственных колебаний пластинки, при заданном значении, действующей на нее сжимающей нагрузки,

б) наибольшее значение действующей на пластинку сжимающей нагрузки при заданном значении низшей частоты собственных колебаний.

Задача свободных колебаний загруженной пластинки решается для каждого из ее участков $(p = 1,2)$, с удовлетворением условий сопряжения на линии их раздела. С учетом симметрии относительно оси oy рассматривается правая половина пластинки $x \ge 0$.

Решения уравнений собственных колебаний пластинки, загруженной сжимающей нагрузкой

$$D^{(p)} \Delta^2 w_p + \sigma h_p \frac{\partial^2 w_p}{\partial y^2} + \rho h_p \frac{\partial^2 w_p}{\partial t^2} = 0, \left(p = 1,2\right) \tag{31}$$

представляются в виде (22), где

$$k_{pm}^2 = \frac{\sigma h_p}{D^{(p)} \lambda_m^2} + \Omega_m^2 \frac{\rho h_p}{D^{(p)} \lambda_m^4}, \qquad (p = 1,2),\ (m = 1,2...), \qquad k_{1m}^2 = k_{2m}^2 \frac{h_2^2}{h_1^2}.$$

Здесь решение задачи также сводится к трансцендентным уравнениям относительно k_{2m}, откуда определив ее наименьшее значение $k^* = \min k_{2m}$ и соответствующее значение числа полуволн m^* для низшей частоты собственных колебаний $\Omega = min\, \Omega_{m^*}$ получаем

$$\Omega^2 = \frac{D^{(2)} \lambda_{m^*}^4}{\rho h_2} \left(\left(k^*\right)^2 - \frac{\sigma h_2}{D^{(2)} \lambda_{m^*}^2} \right). \tag{32}$$

Отсюда получим значение действующей на пластинку сжимающей силы при заданном значении низшей частоты собственных колебаний

© National Library of Armenia

$$\sigma = \frac{D^{(2)}\lambda_{m^*}^2}{h_2}\left(\left(k^*\right)^2 - \frac{\rho h_2}{D^{(2)}\lambda_{m^*}^4}\Omega^2\right). \tag{33}$$

Определение оптимальных параметров пластинки, обеспечивающих максимальное значение низшей частоты собственных колебаний пластинки, при заданном значении, действующей на нее сжимающей нагрузки, приводится к задаче:

Найти

$$\Omega^* = \max_{\bar{x}} \Omega\,,\ \bar{x} = \{a,\ h_1,\ h_2\}, \tag{34}$$

при ограничениях на постоянство веса конструкции и применимость классической теории тонких пластин.

Определение оптимальных параметров пластинки, обеспечивающих максимальное значение действующей на нее сжимающей нагрузки при заданном значении низшей частоты собственных колебаний пластинки, приводится к задаче:

Найти

$$\sigma^* = \max_{\bar{x}} \sigma\,,\ \bar{x} = \{a,\ h_1,\ h_2\}, \tag{35}$$

при тех же ограничениях.

Указанные задачи решаются МДМ в сочетании с МПП.

Как показывают числовые расчеты, для всех случаев закрепления торцевых краев пластинки:

а) при заданном значении сжимающей нагрузки путем оптимизации можно существенно увеличить (приблизительно 1.8 раза) значение низшей частоты собственных колебаний пластинки по сравнению с соответствующим значением пластинки постоянной толщины.

б) при заданном значении низшей частоты собственных колебаний значение сжимающей нагрузки увеличивается приблизительно 2.9 раза.

В 4.4 рассматривается задача, поставленная в предыдущем параграфе, для случая, когда пластинка изготовлена из КМ (рис.2).

Ставится задача определения оптимальных параметров $a,\ h_1,\ h_2, \varphi$ пластинки, обеспечивающие при ее постоянном весе и заданных габаритных размерах $\xi = 2L/b$:

а) максимальное значение низшей частоты собственных колебаний пластинки, при заданном, значении действующей на нее сжимающей нагрузки,

б) наибольшее значение действующей на пластинку сжимающей нагрузки при заданном значении низшей частоты собственных колебаний.

Решения уравнений собственных колебаний пластинки, загруженной сжимающей нагрузкой

$$D_{11}^{(p)}\frac{\partial^4 w_p}{\partial x^4} + 2\left(D_{12}^{(p)} + 2D_{66}^{(p)}\right)\frac{\partial^4 w_p}{\partial x^2 \partial y^2} + D_{22}^{(p)}\frac{\partial^4 w_p}{\partial y^4} + \sigma h_p \frac{\partial^2 w_p}{\partial y^2} + \rho h_p \frac{\partial^2 w_p}{\partial t^2} = 0 \ \ (p = 1,2)\,, \tag{36}$$

представляются в виде (22), где

$$\mu_{1m}^{(p)} = \sqrt{\frac{D_3^{(p)}}{D_{11}^{(p)}} + \sqrt{\left(\frac{D_3^{(p)}}{D_{11}^{(p)}}\right)^2 + \frac{D_{22}^{(p)}}{D_{11}^{(p)}}\left(k_{pm}^2 - 1\right)}},\quad \mu_{2m}^{(p)} = \sqrt{\sqrt{\left(\frac{D_3^{(p)}}{D_{11}^{(p)}}\right)^2 + \frac{D_{22}^{(p)}}{D_{11}^{(p)}}\left(k_{pm}^2 - 1\right)} - \frac{D_3^{(p)}}{D_{11}^{(p)}}},$$

$$k_{pm}^2 = \frac{\sigma h_p}{D_{22}^{(p)}\lambda_m^2} + \frac{\rho h_p}{D_{22}^{(p)}\lambda_m^4}\Omega_m^2, \qquad (p = 1,2), \qquad k_{1m}^2 = k_{2m}^2 \frac{h_2^2}{h_1^2}\,.$$

© National Library of Armenia

Здесь также решение задачи сводится к трансцендентным уравнениям относительно k_{2m}, а для низшей частоты собственных колебаний $\Omega = min\,\Omega_{m^*}$ получаем

$$\Omega^2 = \frac{D_{22}^{(2)}\lambda_{m^*}^4}{\rho h_2}\left(\left(k^*\right)^2 - \frac{\sigma h_2}{D_{22}^{(2)}\lambda_{m^*}^2}\right). \tag{37}$$

В случае задания величины низшей частоты собственных колебаний для действующей на пластинку сжимающей нагрузки получим

$$\sigma = \frac{D_{22}^{(2)}\lambda_{m^*}^2}{h_2}\left(\left(k^*\right)^2 - \frac{\rho h_2}{D_{22}^{(2)}\lambda_{m^*}^4}\Omega^2\right). \tag{38}$$

Решением задач нелинейного программирования типа (34) и (35) определятся оптимальные параметры $a,\ h_1,\ h_2,\ \varphi$, обеспечивающие максимальное значение низшей частоты собственных колебаний пластинки, при заданном значении, действующей на нее сжимающей нагрузки, и наибольшее значение действующей на пластинку сжимающей нагрузки при заданном значении низшей частоты собственных колебаний.

Численные расчеты произведены для случаев свободного, свободно опертого и заделанного края $x = L$ пластинки при $\xi = 1$, $\bar{h}_0 =$ 0.015; 0.02; 0.03; $\bar{B}_{11}^0 = 1$; $\bar{B}_{22}^0 = 0.0818$; $\bar{B}_{12}^0 = 0.0196$; $\bar{B}_{66}^0 = 0.04297$.

Результаты численных расчетов показывают, что оптимальное проектирование композитной пластинки кусочно-постоянной толщины при заданном значении сжимающей нагрузки приводит к существенному увеличению низшей частоты собственных колебаний (до 3.5 раз) по сравнению с пластинкой постоянной толщины. В рассмотренных примерах оптимальному проекту соответствует симметричная форма колебаний, при $m = 1$. В случае же задания низшей частоты собственных колебаний значения сжимающей нагрузки увеличиваются в зависимости от вида закрепления торцевых краев пластинки: в случае свободного края это увеличение составляет 3.0-5.4 раза, в случае свободно опертого края – 1.5-2.0 раза, жесткого закрепления 2.0-2.2 раза.

ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ

1. По результатам решения задач оптимального проектирования прямоугольных пластин кусочно - постоянной толщины, изготовленных из изотропных и композиционных материалов, при поперечном изгибе можно сделать следующие выводы:

- В случае свободных торцевых краев пластинки оптимальной получается конструкция с меньшей толщиной в ее среднем участке. При свободном опирании торцов пластинки оптимальная конструкция имеет большую толщину в средней части, а в случае жесткой заделки в зависимости от габаритных размеров конструкция может иметь большую толщину, как на среднем участке, так и на крайних.
- Максимальные прогибы оптимальных конструкций, изготовленных как из изотропного, так и из композиционного материалов, по сравнению со сплошными пластинками того же веса уменьшаются на 35%-50% .
- При увеличении длины конструкции оптимальный проект приводится к конструкции постоянной толщины, а условия закрепления ее торцевых краев практически не влияют на жесткость конструкции.

© National Library of Armenia

2. По результатам решения задач оптимального проектирования по устойчивости прямоугольных пластин кусочно-постоянной толщины, изготовленных из изотропных и композиционных материалов, можно сделать следующие выводы:

- Оптимальным выбором геометрических и физических параметров рассматриваемых конструкций можно значительно увеличить их критическую нагрузку.
- В случае свободных торцевых краев изотропной квадратной пластинки оптимальной по устойчивости получается конструкция с большей толщиной на ее среднем участке, а при свободном опирании и заделки торцов пластинки, оптимальная конструкция имеет меньшую толщину в средней части.
- Во всех случаях закрепления торцов композитной квадратной пластинки наибольшее значение критической нагрузки получается в конструкциях, имеющих меньшую толщину в их средней части.

3. По результатам решения задач оптимального проектирования по критерию максимума низшей частоты собственных колебаний прямоугольных пластин кусочно-постоянной толщины, изготовленных из изотропных и композиционных материалов, можно сделать следующие выводы:

- В случае свободных торцевых краев изотропной квадратной пластинки оптимальной получается конструкция с большей толщиной на ее среднем участке, а при свободном опирании и заделки торцов пластинки оптимальная конструкция имеет меньшую толщину в средней части.
- В случае свободных торцевых краев оптимальный проект позволяет увеличить значение низшей частоты собственных колебаний, по сравнению с аналогичной величиной, полученной для пластинки того же веса постоянной толщины в 2-2.3 раза, а в случаях свободно опертого и заделанного краев в 1.4 раза.

4. Исследованы свободные колебания прямоугольных пластин кусочно-постоянной толщины, изготовленных из изотропных и композиционных материалов, когда пластинка нагружена сжимающими усилиями, действующими в ее срединной плоскости. Для трех случаев закрепления торцевых сторон пластинки: свободный край, свободное опирание и жесткое закрепление, решены задачи оптимального проектирования при заданных значениях сжимающих сил или низшей частоты. Определены соответствующие оптимальные геометрические и физические параметры. На основе полученных результатов можно сделать следующие выводы:

- Изготовлением пластинки переменной (кусочно-постоянной) толщины при сохранении ее веса постоянным, можно существенно увеличить низшие частоты собственных колебаний при заданных значениях действующих сжимающих усилий и значения этих усилий при заданных низших частотах собственных колебаний.
- Для рассмотренных случаев закрепления торцевых сторон пластинки оптимальными являются конструкции, толщина которых в средней части меньше чем на краях.
- При заданном значении сжимающей нагрузки значения низшей частоты в оптимальном проекте, по сравнению со сплошной пластинкой постоянной толщины, увеличиваются в 1.7-3.5 раза в случае свободных торцевых краев и в 1.5 раза в случаях свободно опертых и заделанных краев.
- При заданном значении низшей частоты, значения сжимающей нагрузки в оптимальном проекте, по сравнению со сплошной пластинкой постоянной толщины, увеличиваются в 3.0-5.4 раза в случае свободных торцевых краев, в 1.5-2 раза в случае свободно опертых и в 2.0-2.2 раза в случае заделанных краев.

© National Library of Armenia

Основные положения и результаты диссертации опубликованы в следующих работах

1. Аветисян Г.Р. Оптимизация прямоугольной пластинки кусочно-постоянной толщины по критерию максимума низшей частоты собственных колебаний. //Вестник Государственного Инженерного университета Армении, Ереван 2011, Вып. 14, т.2. с. 124-129.
2. Аветисян Г.Р. Оптимизация изотропной прямоугольной пластинки кусочно-постоянной толщины при загруженных колебаниях. // Вестник Инженерной Академии наук Армении, Ереван 2013, т.10, №1. с. 113-117.
3. Аветисян Г.Р., Косян Н.А., Погосян А.Г. Оптимизация по устойчивости прямоугольной пластинки кусочно постоянной толщины. //Проблемы прочности элементов конструкций под действием нагрузок и рабочих сред, Сборник научных трудов Саратов-2010 с. 86-91.
4. Аветисян Г.Р., Погосян А.Г. Оптимизация прямоугольной пластинки кусочно-постоянной толщины при изгибе.//Вестник Инженерной Академии наук Армении, Ереван 2012,т.9, №1.с.127-131.
5. Белубекян Э.В., Аветисян Г.Р., Погосян А.Г. Оптимизация по устойчивости прямоугольной пластинки кусочно постоянной толщины, изготовленной из композиционного материала. //Сборник научных трудов международной конференции ‘‘Актуальные проблемы механики сплошной среды’’, Дилиджан, Армения 2010, с. 15-18.
6. Белубекян Э.В., Аветисян Г.Р., Погосян А.Г. Оптимизация прямоугольной пластинки кусочно постоянной толщины, из композиционного материала по критерию максимума низшей частоты собственных колебаний. //Вестник Инженерной Академии наук Армении, Ереван 2011, т.8, №1. с. 105-109.
7. Белубекян Э.В., Аветисян Г.Р., Погосян А.Г. Оптимизация прямоугольной пластинки кусочно-постоянной толщины изготовленной из композиционного материала при изгибе. // Изв. НАН Армении, Механика, 2012, т. 65, №1. с.35-42.
8. Белубекян Э.В., Аветисян Г.Р., Погосян А.Г. Оптимизация прямоугольной пластинки кусочно-постоянной толщины изготовленной из композиционного материала при заданном значений низшей частоты колебаний. //Сборник научных трудов международной конференции ‘‘Актуальные проблемы механики сплошной среды’’, Цахкадзор, Армения 2012, с. 126-130.

© National Library of Armenia

Ա Մ Փ Ո Փ ՈՒ Մ

Վերջին ժամանակաշրջանում տեխնիկայի տարբեր ոլորտներում լայն տարածում է ստացել ժամանակակից կոմպոզիցիոն նյութերի կիրառումը: Շնորհիվ իրենց ֆիզիկական, մեխանիկական, քիմիական և այլ հատկությունների, որոնք նպաստում են բարձր կրողունակության և մինիմալ կշռի կառուցվածքների բարակապատ տարրերի ստեղծմանը, լայնորեն կիրառվում են մեքենաշինության, քաղաքաշինության, նավաշինության, ավիացիոն, տիեզերական արդյունաբերության ոլորտներում, ստորջրյա և թռչող ապարատներում:

Կոմպոզիտների լայնածավալ ներդրումը տարբեր նպատակների համար ծառայող կրող կառուցվածքներում, պահանջում է զարգացնել հաշվարկային մոդելներն ու մեթոդները, որոնք հաշվի են առնում այդ նյութերի առանձնահատկությունները և կառուցվածքների շահագործման պայմանները:

Կոմպոզիտների առանձնակի հատկությունները՝ բարձր տեսակարար ամրությունն ու կոշտությունը, անիզոտրոպիան, նյութի և կառուցվածքի միաժամանակյա ստեղծման հնարավորությունը, շատ դեպքերում դուրս են մղում տեխնիկայում օգտագործվող ավանդական նյութերը և մեծ հեռանկար են բացում բարակապատ կառուցվածքների օպտիմալ նախագծման համար: Կառուցվածքներում առավել մեծ տարածում գտած փոփոխական հաստության և կողերով ուժեղացված բարակապատ տարրերի հաշվարկը ըստ օպտիմալության տարբեր չափանիշների՝ ամրության, կոշտության, կայունության, կշռային, արժեքային և այլն, հանդիսանում է նախագծողի կարևոր խնդիրներից մեկը: Այս պատճառով բարդ կառուցվածքով և փոփոխական հաստությամբ սալերի և թաղանթների լարվածա-դեֆորմացիոն վիճակների որոշման, օպտիմալ նախագծման մեթոդների մշակումը և կատարելագործումը, կիրառական խնդիրների լուծումը դեֆորմացվող պինդ մարմնի մեխանիկայի կարևոր խնդիրներից է:

Վերը նշվածով է բացատրվում ներկա ատենախոսական աշխատանքի արդիականությունը, որի նպատակն է իզոտրոպ և օրթոտրոպ կոմպոզիցիոն նյութերից պատրաստված փոփոխական (կտոր առ կտոր հաստատուն) հաստության, միաշերտ սալերի ծռման, կայունության և տատանումների հարցերի ուսումնասիրությունը:

Ելնելով առաջադրված նպատակից՝ ատենախոսությունում քննարկվել են հետևյալ խնդիրները.

- իզոտրոպ և կոմպոզիցիոն նյութից պատրաստված կտոր առ կտոր հաստատուն հաստության ուղղանկյուն սալերի ըստ կոշտության չափանիշի օպտիմալ նախագծումը լայնական ծռման դեպքում,
- իզոտրոպ և կոմպոզիցիոն նյութից պատրաստված կտոր առ կտոր հաստատուն հաստության ուղղանկյուն սալերի օպտիմալ նախագծումը ըստ կայունության չափանիշի,
- իզոտրոպ և կոմպոզիցիոն նյութից պատրաստված կտոր առ կտոր հաստատուն հաստության ուղղանկյուն սալերի օպտիմալ նախագծումն ըստ սեփական տատանումների ստորին հաճախության առավելագույն արժեքի չափանիշի,
- սեղմող ուժերով բեռնավորված կտոր առ կտոր հաստատուն հաստության ուղղանկյուն իզոտրոպ և կոմպոզիցիոն նյութից պատրաստված սալերի սեփական տատանումները:

Ատենախոսությունը բաղկացած է ներածությունից, չորս գլխից, ընդհանուր եզրակացություններից և օգտագործված գրականության ցանկից:

Առաջին գլխում ներկայացված են ատենախոսության թեմայի վերաբերյալ աշխատանքների համառոտ ակնարկ, իզոտրոպ և կոմպոզիցիոն նյութից պատրաստված բարակապատ սալերի դասական տեսության հիմնական առնչություններն և հավասարումները, որոնք օգտագործվում են աշխատանքում կոմպոզիցիոն նյութերից /ԿՆ/

© National Library of Armenia

պատրաստված կտոր առ կտոր հաստատուն հաստության սալերի հաշվարկի և օպտիմալ նախագծման ժամանակ:

Բերված են սալի ծռման, կայունության և տատանումների հավասարումները, ինչպես նաև՝ սալի ճակատային եզրերի ամրացման տարբեր դեպքերին համապատասխան եզրային պայմանները:

Երկրորդ գլխում դիտարկվում են իզոտրոպ և օրթոտրոպ կոմպոզիցիոն նյութերից պատրաստված կտոր առ կտոր հաստատուն հաստության ուղղանկյուն սալի ծռումը, որն ազատ հենված է երկու հանդիպակաց կողմերով, իսկ ճակատային կողմերը ազատ են, հոդակապորեն կամ կոշտ ամրացված: Որոշված են սալի երկրաչափական և ֆիզիկական պարամետրերի օպտիմալ արժեքները, որոնք նրա հաստատուն կշռի և ընդհանուր չափերի դեպքում ապահովում են ճկվածքի փոքրագույն արժեքը: Ստացված արդյունքների հիման վրա ցույց է տրվել, որ սալի ճակատային կողմերի ազատ պայմանի դեպքում օպտիմալ է ստացվում միջնամասում ավելի փոքր հաստություն ունեցող կառուցվածքը: Կողմերի հոդակապորեն ամրացված պայմանի դեպքում օպտիմալ է այն կառուցվածքը, որտեղ միջնամասը ունի ավելի մեծ հաստություն, իսկ կոշտ ամրացման պայմանի դեպքում գաբարիտային չափերից կախված այն կարող է ունենալ մեծ հաստություն ինչպես միջնամասում, այնպես էլ եզրերում:

Երրորդ գլխում դիտարկվում են իզոտրոպ և օրթոտրոպ կոմպոզիցիոն նյութերից պատրաստված ուղղանկյուն սալի օպտիմալ նախագծման խնդիրները ըստ կայունության, երբ սալը երկու հանդիպակաց երկայնական կողմերով սեղմված է հավասարաչափ բաշխված բեռով, իսկ ճակատային կողմերը ազատ են, հոդակապորեն կամ կոշտ ամրացված:

Հաստատուն պահելով նախագծվող կառուցվածքի քաշը և ընդհանուր չափերը, որոշված են կառուցվածքի օպտիմալ երկրաչափական և ֆիզիկական պարամետրերը, որոնք ապահովում են սալի ամենամեծ կրիտիկական բեռը: Հաշվարկները ցույց են տվել, որ սալերի ըստ կայունության օպտիմալ նախագծմամբ կարելի է զգալիորեն մեծացնել նրանց կրիտիկական բեռնվածքը, ընդ որում, իզոտրոպ նյութից պատրաստված քառակուսային սալի ազատ ճակատային եզրերի դեպքում կրիտիկական բեռի տեսանկյունից օպտիմալ է համարվում միջնամասում ավելի մեծ հաստություն ունեցող կառուցվածքը, իսկ հոդակապորեն կամ կոշտ ամրացման դեպքում օպտիմալ է այն կառուցվածքը, որտեղ միջնամասն ունի ավելի փոքր հաստություն, իսկ ԿՆ-ից պատրաստված քառակուսային սալի ճակատային եզրերի ամրացման բոլոր դիտարկված դեպքերում կրիտիկական բեռի առավելագույն արժեքը ստացվում է միջնամասում ավելի փոքր հաստություն ունեցող կառուցվածքներում:

Չորրորդ գլխում դիտարկվում են իզոտրոպ և կոմպոզիցիոն նյութերից պատրաստված կտոր առ կտոր հաստատուն հաստության ուղղանկյուն սալի ազատ տատանումները և սալի սեփական տատանումները, երբ սալը բեռնավորված է միջին հարթությունում գործող սեղմող ուժերով:

Ենթադրվում է, որ սալը ազատ հենված է երկու հանդիպակաց կողմերով, իսկ ճակատային կողմերը ազատ են, հոդակապորեն կամ կոշտ ամրացված են: Որոշված են սալի երկրաչափական և ֆիզիկական պարամետրերի օպտիմալ արժեքները, որոնք նրա հաստատուն կշռի և ընդհանուր գաբարիտային չափերի դեպքում ապահովում են՝ ա/ սեփական տատանումների ստորին հաճախության մեծագույն արժեքը, բ/ տրված սեղմող բեռնվածքի դեպքում սալի սեփական տատանումների ստորին հաճախության մեծագույն արժեքը, գ/ սեղմված սալի սեփական տատանումների հաճախության տրված արժեքի դեպքում՝ սեղմող բեռնվածքի մեծագույն արժեքը:

Ատենախոսությունում թվային հաշվարկների արդյունքները բերված են աղյուսակների տեսքով, կառուցված են ճկվածքների և ներքին ուժերի էպյուրները:

© National Library of Armenia

HRAYR AVETISYAN ROBERT

THE OPTIMAL DESIGNING OF PLATES WITH PIECEWISE CONSTANT THICKNESS IN PROBLEMS ON BENDING, STABILITY AND VIBRATIONS

ABSTRACT

Recently, the application of modern construction materials became widespread in different areas of engineering. Due to their physical, mechanical, chemical and other properties, which contribute to the creation of thin-walled components of structures with maximal carrying capacity and minimum weight, are widely used in machine engineering, urban planning, shipbuilding, aircraft construction, space industry, aircraft and underwater vehicles.

A large-scale introduction of composites in the carrying structures serving for different purposes requires developing of analytic-calculation models and methods that take into account the characteristics of the materials and structures of operating conditions.

Distinctive properties of composite materials, such as specific strength and rigidity, anisotropy, possibility of simultaneous development of the material and construction, in many cases supplant traditional materials used in technologies and create bright perspectives for the optimal design of thin-walled constructions. One of the main objectives of the designer is the calculation of widely used in constructions thin-walled components with variable thickness and reinforced ribs based on different criteria of optimality, such as those of strength, hardness, weight, price, etc. For this reason, determination of the mode of deformation of plates and shell structures of complex construction and variable thickness, development and improvement of their optimal design methods and solution of applied problems are among of important problems of the mechanics of deformed solid body.

The mentioned above explains the relevance of the presented thesis, the goal of which is study of problems of bending, stiffness and vibrations of single-layer plates of variable (piecewise constant) thickness made of isotropic or orthotropic composite materials, determination of the optimal geometrical and physical parameters of the construction.

Based on the defined goal, the problems of optimal design of rectangular plates of piecewise constant thickness made of isotropic and composite materials have been discussed in the thesis based on the following criteria of optimality:

- stiffness in the case of transversal bending;
- the maximum value of the critical load;
- the maximum value of the lowest frequency of natural vibrations;
- the maximum value of the lowest frequency of natural vibrations when the plate are loaded with compressive forces;
- the maximum values of compressive strength at a given lowest frequency of natural vibrations.

The thesis consists of the introduction, four chapters, the general conclusions and the list of the used literature.

In the first chapter, a brief review of scientific literature concerning the subject-matter of the thesis and basic equations and relations of the classical theory of anisotropic plates, which were used in the study for calculation and optimal design of the plates of piecewise constant thickness made of composite materials (CP) are presented. The equations of bending, stability and vibrations of the plate, as well as boundary conditions corresponding to the different cases of fastening of frontal edges of the plate are discussed.

In the second chapter bending of the rectangular plate of piecewise constant thickness, made of isotropic and composite material, which is hinge supported on two opposite longitudinal sides and free, hinge or clamped supported on the end edges, are examined.

© National Library of Armenia

The optimum values of the geometric and physical parameters of the plates ensuring the minimum value of the maximum deflection under its fixed weight, equal to the weight of the plate of constant thickness, and given the overall dimensions, are determined. The obtained results revealed that under the condition of the free frontal edge of the plate the optimal construction is the one with small thickness in the center of the plate, whereas under the condition of rigid attachment, depending on the overall dimensions, the construction can have large thickness both in the center and edges of the plate.

In the third chapter the problems of optimal, based on the stability criterion, design for the rectangular plate of the piecewise constant thickness, made of isotropic and composite material, hinge supported on two opposite longitudinal sides and free, hinge or clamped supported on the end edges, under the action of the evenly distributed compressive load, applied along the longitudinal sides of plate, are examined. Keeping the weight and overall dimensions of the designed construction constant, the optimum values of the geometric and physical parameters of the plate, which ensure the maximum value of critical load, are determined. The calculations showed that through the optimal by stability design of the plates it is possible to substantially increase their critical load, while in the case of square-shaped plate made of isotropic material and hinge supported on two opposite longitudinal sides, from the standpoint of critical load the optimal construction is the one with large thickness in the center of the plate. In the case of hinge or clamped supported on the end edges, the optimal construction is the one with small thickness in the center, whereas in all examined cases of hinge support longitudinal sides of square-shaped plates made of CM the maximum value of the critical load is reached in the structures with less thickness in the center of the plate.

In the fourth chapter natural vibrations of the piecewise constant thickness rectangular plate, made of isotropic and composite material, hinge supported on two opposite longitudinal sides and free or hinge supported on the end edges are examined.

It is assumed that the plate is free supported on two opposite sides, and its end edges are free, hinged or clamped supported There are determined optimal values of geometrical and physical parameters of the plate, when, under the given fixed weight and overall dimensions: a) the highest value of the lower frequency of the plate's self-induced vibrations; b) highest value of the lower frequency of the plate's self-induced vibrations under the given compressing load; and, c) under the given value of the compressed plate's self-induced vibrations the highest value of the compressing force are ensured.

Based on the obtained results it was shown that through keeping the weight of the plate constant and ensuring its thickness variable (piecewise constant), it could be substantially increased the lower frequency of the plate's natural vibrations, under the given values of compressing forces applied on them, and the values of the mentioned forces, under the given values of lowest frequencies of vibrations. The calculations revealed that given the value of the compressing load, while applying optimal design the lowest frequencies of the natural vibrations increase by 1.7-3.5 times in the case of free end edge and 1.4-1.5 times – in the case of free support and clamped sides, compared to the continuous plate with the same weight. In the case of given value of the lowest frequency, the application of the optimal design will bring to an increase of the values of compressing forces by 3.0-5.4 times with free end edge, 1.5-2.0 times with free supported side and 2.0-2.2 times with rigidly clamped edge, compared with the continuous plate with the same weight.

The results of numerical calculations are displayed in the thesis in the form of tables, and the distribution diagrams of the bends and internal forces are constructed, as well.

© National Library of Armenia