

A 01.02.04 ՀՀ ԳԱԱ ՄԵԽԱՆԻԿԱՅԻ ԻՆՍՏԻՏՈՒՏ
B-26

ԲԱՐՍԵԳՅԱՆ ՎԱՀՐԱՄ ՄԻՔԱՅԵԼԻ

ՇԵՐՏԱՎՈՐ ՍԱԼԵՐԻ ԵՎ ՇԵՐՏԵՐԻ ԽԱՈՒՐ
ԵԶՐԱՅԻՆ ԽՆԴԻՐՆԵՐ ՇԵՐՏԵՐԻ ՄԻՋԵՎ
ՈՉ ԼՐԻՎ ԿՈՆՏԱԿՏԻ ԴԵՊՋՈՒՄ

U.02.04-Դեֆորմացվող պինդ մարմնի մեխանիկա մասնագիտությամբ
ֆիզիկա-մաթեմատիկական գիտությունների թեկնածուի
գիտական աստիճանի հայցման ատենախոսության

ՍԵՂՄԱԳԻՐ

ԵՐԵՎԱՆ-1998

ИНСТИТУТ МЕХАНИКИ НАН АРМЕНИИ

БАРСЕГЯН ВАГРАМ МИХАЙЛОВИЧ

СМЕШАННЫЕ КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ СЛОИСТЫХ
ПОЛОС И ПЛАСТИНОК ПРИ НЕПОЛНОМ
КОНТАКТЕ СЛОЕВ

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой
степени кандидата физико-математических наук
по специальности U.02.04 - Механика деформируемого
твёрдого тела

ЕРЕВАН-1998

Ատենախոսության քեման հաստատվել է ՀՀ ԳԱԱ Մեխանիկայի
ինստիտուտում

Գիտական ղեկավար՝ ֆ.մ.գ.դ., ակադ. Լ.Ա.Աղաբաբյան

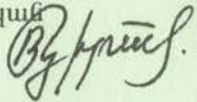
Պաշտոնական ընդդիմախոսներ՝ տ.գ.դ. Վ.Յ.Գնունի
ֆ.մ.գ.դ., պրոֆ. Ս.Հ.Սարգսյան

Առաջատար կազմակերպություն՝ Հայաստանի Պետական
Ճարտարագիտական Համալսարան

Պաշտպանությունը կայանալու է հուլիսի 3-ին ժ. 14⁰⁰-ին Մեխանիկայի
ինստիտուտում՝ ք. Երևան, Մարշալ Բաղրամյան պող., 24^բ,
047 մասնագիտական խորհրդում:

Ատենախոսությանը կարելի է ծանոթանալ ՀՀ ԳԱԱ Մեխանիկայի
ինստիտուտի գրադարանում:

Սեղմագիրը առարկած է 1998թ. հունիսի 1-ին

Մասնագիտական խորհրդի գիտական
քարտուղար, տ.գ.դ., պրոֆեսոր  Ռ.Ս.Չիրակոսյան

Тема диссертации утверждена в Институте механики НАН
Армении

Научный руководитель: д.ф.м.н., акад. Л.А.Агаловян

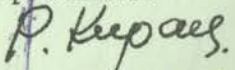
Официальные оппоненты: д.т.н. В.Ц.Гнуни
д.ф.м.н., проф. С.О.Саркисян

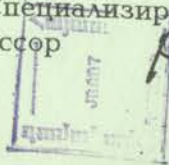
Ведущая организация: Ереванский Государственный
Инженерный Университет

Защита состоится 3 июля в 14⁰⁰ часов на заседании
Специализированного совета 047 в Институте механики
по адресу: г.Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24^б.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института
механики НАН Армении

Автореферат разослан " 1 " июня 1998г.

Ученый секретарь Специализированного
совета, д.т.н., профессор  Р.М.Киракосян



1991-98

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Балки, пластины и оболочки являются составными элементами почти всех современных конструкций. Если до семидесятых годов рассматривались в основном классические задачи (на лицевых поверхностях заданы компоненты тензора напряжений), то, начиная с конца семидесятых годов, наблюдается значительный интерес и к неклассическим задачам (на лицевых поверхностях балок, пластин и оболочек задан вектор перемещения или смешанные условия). Такие задачи если и рассматривались, то в рамках классических методов теории упругости и в основном для изотропных сред, без использования естественного характерного малого параметра задачи. Для полосы и слоя отметим работы А.С.Уфлянда, В.Д.Купрадзе, Т.Г.Гегелия, И.И.Воровича, В.М.Александрова, В.А.Бабешко, Т.В.Бурчуладзе и др. Подобные задачи возникают при рассмотрении контакта тел, одно из которых является более жестким, в задачах прокладки подземных трубопроводов, в фундаментостроении, в сейсмологии, где требуется учитывать слоистость земной коры на данной местности, сейсмостойком строительстве и других областях.

Асимптотические методы в теории балок, пластин и оболочек получили интенсивное развитие благодаря работам К.Фридрикса, А.Грина, А.Л.Гольденвейзера, И.И.Воровича, их учеников О.К. Аксентян, А.В.Колос, Н.Н.Рогачевой и других, которые в основном посвящены классическим краевым задачам пластин и оболочек.

В работах В.С.Саркисяна были использованы физические и геометрические малые параметры для исследования изгиба, колебания и устойчивости анизотропных пластин и оболочек в классической постановке.

В теории анизотропных пластин и оболочек асимптотический метод использовали Л.А.Агаловян, его ученики А.М. Хачатрян, Р.С.Геворкян, С.Х.Адамян, А.Б.Товмасян и др. При этом рассматривались как классические, так и неклассические

краевые задачи. Рассмотрение Л.А.Агаловяном неклассических краевых задач позволило, в частности, установить рамки применимости модели Винклера-Фусса для анизотропных оснований, вывести формулы вычисления коэффициентов постели анизотропного и слоистого основания. Изучению взаимодействия пластин и оболочек с различными физическими полями с использованием асимптотического метода посвящены исследования И.Е.Зино, А.С.Космодамианского, Н.Н.Рогачевой, С.О.Саркисяна, Э.А.Троша и других.

С.А. Амбарцумян, Г.Е.Багдасарян, М.В.Белубекян использовали асимптотический метод для обоснования гипотез магнитоупругости тонких тел.

Рассмотрению класса неклассических краевых задач для анизотропных термоупругих слоистых полос-балок и пластинок, когда контакт между слоями может оказаться неполным, посвящена диссертационная работа. Предлагается асимптотический метод его решения. Установлена асимптотика всех искомых величин. Выведены и решены уравнения внутренней задачи и пограничного слоя, рассмотрено взаимодействие погранслоя с внутренним напряженно-деформированным состоянием. Полученные результаты проиллюстрированы на частных примерах.

Целью диссертационной работы является:

- нахождение асимптотики решения смешанной краевой задачи трехслойной анизотропной термоупругой полосы, когда в плоскости полосы анизотропия самая общая, на одной из продольных ее кромок заданы компоненты тензора напряжений, а на другой — вектор перемещения, при полном и неполном контакте между слоями;
- выяснения вопроса применимости гипотезы плоских сечений для решения сформулированной смешанной краевой задачи;
- определение напряженно-деформированного состояния трехслойной анизотропной термоупругой полосы, выяв-

- ление роли условий неполного контакта слоев;
- разработка прикладных моделей расчета слоистых оснований-фундаментов, учет воздействия приведенной сейсмической нагрузки и влияния собственного веса слоев;
- изучение пограничного слоя, характер затухания величин пограничного слоя и взаимодействия пограничного слоя с внутренним напряженно-деформированным состоянием;
- сведение пространственной неклассической смешанной краевой задачи теории термоупругости для двухслойных пластинок с общей анизотропией к двумерной. Определение внутреннего напряженно-деформированного состояния.

Научная новизна. В работе рассмотрен новый класс смешанных краевых задач анизотропных термоупругих слоистых полос-балок и пластинок с анизотропией общего вида.

Установлены асимптотики компонентов тензора напряжений и вектора перемещения в рассмотренных смешанных краевых задачах.

Доказана неприменимость гипотез классической теории пластин и оболочек к сформулированным смешанным задачам.

Построены итерационные процессы для определения напряженно-деформированных состояний анизотропных полос-балок и пластин, выведены формулы прикладного характера, учитывающие вес, приведенную сейсмическую нагрузку, изменение температурного поля.

Результаты исследований, приведенных в работе, позволяют расширить область использования балок и пластин из современных композитных материалов. Результаты могут быть использованы в фундаментостроении, в сейсмологии и других областях.

Апробация работы. Основные результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на:

- международной конференции "Теоретическая и прикладная механика" (Ереван, 1994г.),
- юбилейной научной конференции, посвященной 60-летию

основания Гюмрийского педагогического института (Гюмри, 1994г.),

- конференции, посвященной 65-летию основания кафедры теоретической механики ЕГУ (Ереван, 1995г.),
- научном семинаре "Методы расчета тонкостенных систем" Института механики НАН Армении (1994-1998гг.),
- общем семинаре Института механики НАН Армении (1998г.).

Объем работы. Диссертационная работа состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы. Она содержит 116 страниц текста, включающих 1 таблицу, 10 рисунков и список литературы из 98 наименований.

Публикации. По теме диссертационной работы опубликованы четыре научные статьи и один тезис. Список публикаций приводится в конце автореферата.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении дается краткий обзор об исследованиях по рассматриваемой тематике и литературе.

В первой главе, состоящей из пяти параграфов, получены асимптотические решения краевых задач для трехслойной анизотропной термоупругой полосы при двух вариантах контакта между слоями:

- а) контакт между первым и вторым слоями полный, а между вторым и третьим — неполный,
- б) контакт между слоями неполный.

Методом асимптотического интегрирования выведены рекуррентные формулы для определения искомых величин.

В первом параграфе сформулирована постановка задачи и приведены основные уравнения смешанной краевой задачи для трехслойной анизотропной термоупругой полосы.

Для варианта а) требуется определить решение этих уравнений в области $\Omega = \{(x, y): x \in [0, a], -h_3 \leq y \leq h_1 + h_2, h_1 + h_2 + h_3 \ll a\}$ (рис.1) при граничных и контактных условиях:

$$\sigma_{xy}^{(1)} = \sigma_{xy}^+(\xi), \quad \sigma_y^{(1)} = \varepsilon^{-1} \sigma_y^+(\xi) \quad \text{при } y = h_1 + h_2, \quad (1)$$

$$u^{(3)} = \varepsilon^{-1} u^-(\xi), \quad v^{(3)} = \varepsilon^{-1} v^-(\xi) \quad \text{при } y = -h_3,$$

$$v^{(1)} = v^{(2)}, \quad \sigma_y^{(1)} = \sigma_y^{(2)}, \quad \sigma_{xy}^{(1)} = \sigma_{xy}^{(2)}, \quad u^{(1)} = u^{(2)} \quad \text{при } y = h_2, \quad (2)$$

$$v^{(2)} = v^{(3)}, \quad \sigma_y^{(2)} = \sigma_y^{(3)}, \quad \sigma_{xy}^{(2)} = \sigma_{xy}^{(3)} = \tau_0(\xi) \quad \text{при } y = 0.$$

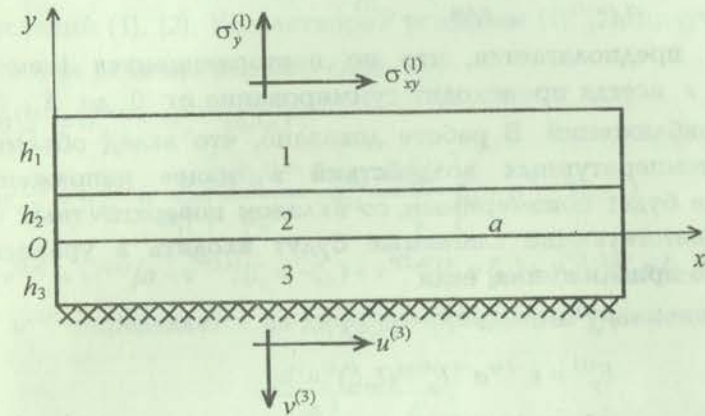


Рис. 1

Для варианта б) претерпевают изменения условия контакта (2). На полосу, помимо поверхностных, действуют заданные объемные силы с компонентами $F_x^{(i)}(x, y)$, $F_y^{(i)}(x, y)$ и температурные воздействия.

Во втором параграфе переходом в уравнениях и соотношениях термоупругости к безразмерным переменным $\xi = x/a$, $\zeta = y/h$ и безразмерным перемещениям $U = u/a$, $V = v/a$ получена сингулярно возмущенная малым параметром ε система относительно искомых величин. Решение такой сингулярно возмущенной системы складывается из решений внутренней задачи и задачи пограничного слоя. Найдена асимптотика решения внутренней задачи:

$$Q^{(i)} = \varepsilon^{q+s} Q^{(i,s)}(\xi, \zeta), \quad s = \overline{0, S}, \quad (3)$$

где $\varepsilon = h/a$ — малый параметр, $h = \max(h_1, h_2, h_3)$, $Q^{(i)}$ — любое из напряжений и перемещений, q_i — целые числа, которые должны быть такими, чтобы получить непротиворечивую систему относительно $Q^{(i,s)}$. В рассмотренных задачах эта цель достигается лишь при

$$\begin{aligned} q_i &= -1 & \text{для } \sigma_x^{(i)}, \sigma_y^{(i)}, U^{(i)}, V^{(i)}, \\ q_i &= 0 & \text{для } \sigma_{xy}^{(i)}. \end{aligned} \quad (4)$$

В (3) предполагается, что по повторяющемуся (немому) индексу s всегда происходит суммирование от 0 до S , S — число приближений. В работе доказано, что вклад объемных сил и температурных воздействий в общее напряженное состояние будет соизмеримым со вкладом поверхностных сил, т.е. соответствующие слагаемые будут входить в уравнения исходного приближения, если

$$\begin{aligned} F_x^{(i)} &= \varepsilon^{-1+s} a^{-1} F_x^{(i,s)}(\xi, \zeta), \\ F_y^{(i)} &= \varepsilon^{-2+s} a^{-1} F_y^{(i,s)}(\xi, \zeta), \\ \theta^{(i)} &= \varepsilon^{-1+s} \theta^{(i,s)}(\xi, \zeta), \end{aligned} \quad (5)$$

т.е. вертикальная составляющая объемной силы должна иметь достаточно большую интенсивность. В противном случае соответствующие слагаемые войдут в последующие приближения и часто в практических приложениях ими можно пренебречь.

Решив систему, используя для этого (3)-(5), для определения $Q^{(i,s)}$ выведены следующие формулы:

$$\begin{aligned} V^{(i,s)} &= v^{(i,s)}(\xi) + v^{*(i,s)}(\xi, \zeta), \\ U^{(i,s)} &= u^{(i,s)}(\xi) + u^{*(i,s)}(\xi, \zeta), \\ \sigma_y^{(i,s)} &= \sigma_{y0}^{(i,s)}(\xi) + \sigma_y^{*(i,s)}(\xi, \zeta), \\ \sigma_x^{(i,s)} &= \frac{1}{a_{11}^{(i)}} \left[\frac{du^{(i,s)}}{d\xi} - a_{12}^{(i)} \sigma_{y0}^{(i,s)}(\xi) \right] + \sigma_x^{*(i,s)}(\xi, \zeta), \end{aligned} \quad (6)$$

$$\sigma_{xy}^{(i,s)} = \sigma_{xy0}^{(i,s)} - \frac{1}{a_{11}^{(i)}} \left[\frac{d^2 u^{(i,s)}}{d\xi^2} - a_{12}^{(i)} \frac{d\sigma_{y0}^{(i,s)}}{d\xi} \right] \zeta + \sigma_{xy}^{*(i,s)}(\xi, \zeta),$$

где величины со звездочками — известные функции от ξ, ζ для каждого приближения s , если определены величины предыдущих приближений.

Неизвестные функции $\sigma_{xy0}^{(i,s)}, \sigma_{y0}^{(i,s)}, u^{(i,s)}, v^{(i,s)}$ определяются из условий (1), (2). Удовлетворив условиям (1), (2), получим

для величин первого слоя

$$\begin{aligned} \sigma_{y0}^{(1,s)} &= \sigma_y^{+(s)} - \sigma_y^{*(1,s)}(\xi, \zeta_1), \\ \sigma_{xy0}^{(1,s)} &= \sigma_{xy}^{+(s)} + \frac{1}{a_{11}^{(1)}} \left[\frac{d^2 u^{(1,s)}}{d\xi^2} - a_{12}^{(1)} \frac{d\sigma_{y0}^{(1,s)}}{d\xi} \right] \zeta_1 - \sigma_{xy}^{*(1,s)}(\xi, \zeta_1), \\ v^{(1,s)} &= v^{-(s)}/a - v^{*(3,s)}(\zeta = -\zeta_3) + v^{*(2,s)}(\zeta = \zeta_2) - v^{*(1,s)}(\zeta = \zeta_2), \end{aligned} \quad (7)$$

где $u^{(1,s)}$ определяется из дифференциального уравнения

$$\frac{d^2 u^{(1,s)}}{d\xi^2} = \frac{N^{(s)}}{C}, \quad (8)$$

$$\begin{aligned} N^{(s)} &= \tau_0^{(s)} - \sigma_{xy}^{+(s)} + \left[\frac{a_{12}^{(1)}}{a_{11}^{(1)}} (\zeta_1 - \zeta_2) + \frac{a_{12}^{(2)}}{a_{11}^{(2)}} \zeta_2 \right] \frac{d\sigma_y^{+(s)}}{d\xi} + \\ &+ \sigma_{xy}^{*(1,s)}(\zeta_1) - \sigma_{xy}^{*(1,s)}(\zeta_2) + \sigma_{xy}^{*(2,s)}(\zeta_2) - \frac{a_{12}^{(1)}}{a_{11}^{(1)}} (\zeta_1 - \zeta_2) \frac{d\sigma_y^{*(1,s)}(\zeta_1)}{d\xi} - \\ &- \frac{a_{12}^{(2)}}{a_{11}^{(2)}} \left[\frac{d\sigma_y^{*(1,s)}(\zeta_1)}{d\xi} - \frac{d\sigma_y^{*(1,s)}(\zeta_2)}{d\xi} + \frac{d\sigma_y^{*(2,s)}(\zeta_2)}{d\xi} \right] \zeta_2 - \\ &- \frac{1}{a_{11}^{(2)}} \left(\frac{d^2 u^{*(1,s)}(\zeta_2)}{d\xi^2} - \frac{d^2 u^{*(2,s)}(\zeta_2)}{d\xi^2} \right) \zeta_2, \\ C &= \frac{1}{a_{11}^{(1)}} (\zeta_1 - \zeta_2) + \frac{1}{a_{11}^{(2)}} \zeta_2. \end{aligned}$$

Аналогичным образом определяются величины второго и третьего слоев.

Полученными формулами полностью определяются величины внутреннего напряженно-деформированного состояния.

В третьем параграфе выделены частные решения для трехслойной ортотропной полосы. Приведены решения, соответствующие:

- а) трехслойной полосе под воздействием тангенциальных и нормальных нагрузок постоянной интенсивности,
- б) учету влияния приведенных сейсмических сил,
- в) учету влияния собственного веса слоев.

В четвертом параграфе определено напряженно-деформированное состояние трехслойной анизотропной полосы при неполном контакте между слоями:

$$\begin{aligned} v^{(1)} = v^{(2)}, \quad \sigma_y^{(1)} = \sigma_y^{(2)}, \quad \sigma_{xy}^{(1)} = \sigma_{xy}^{(2)} = \tau_{01} \quad \text{при } y = h_2, \\ v^{(2)} = v^{(3)}, \quad \sigma_y^{(2)} = \sigma_y^{(3)}, \quad \sigma_{xy}^{(2)} = \sigma_{xy}^{(3)} = \tau_{02} \quad \text{при } y = 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Решение внутренней задачи ищется в виде (3). Величины q_i имеют те же значения, что и в первой задаче и задаются по формулам (4). Методом асимптотического интегрирования для определения искомых величин имеем (6), однако неизвестные функции определяются по формулам:

для величин первого слоя

$$\begin{aligned} \sigma_{y0}^{(1,s)}(\xi) &= \sigma_y^{+(s)} - \sigma_y^{*(1,s)}(\xi, \zeta_1), \\ \sigma_{xy0}^{(1,s)}(\xi) &= \sigma_{xy}^{+(s)} + \frac{1}{a_{11}^{(1)}} \left[\frac{d^2 u^{(1,s)}}{d\xi^2} - a_{12}^{(1)} \frac{d\sigma_{y0}^{(1,s)}}{d\xi} \right] \zeta_1 - \sigma_{xy}^{*(1,s)}(\xi, \zeta_1), \\ v^{(1,s)}(\xi) &= v^{-(s)}/a - v^{*(3,s)}(\xi = -\zeta_3) + v^{*(2,s)}(\xi = \zeta_2) - v^{*(1,s)}(\xi = \zeta_2), \end{aligned} \quad (10)$$

где $u^{(1,s)}$ определяется из уравнения

$$\begin{aligned} \frac{d^2 u^{(1,s)}}{d\xi^2} = \frac{N^{(s)}}{C_{11}}, \\ N^{(s)} = \sigma_{xy}^{+(s)} - \tau_{01}^{(s)} - \frac{a_{12}^{(1)}}{a_{11}^{(1)}} (\zeta_1 - \zeta_2) \frac{d\sigma_{y0}^{(1,s)}}{d\xi} - \sigma_{xy}^{*(1,s)}(\zeta_1) + \sigma_{xy}^{*(1,s)}(\zeta_2), \end{aligned} \quad (11)$$

$$C_{11} = \frac{\zeta_1 - \zeta_2}{a_{11}^{(1)}},$$

для величин второго слоя

$$\begin{aligned} \sigma_{y0}^{(2,s)}(\xi) &= \sigma_y^{+(s)} - \sigma_y^{*(1,s)}(\zeta_1) + \sigma_y^{*(1,s)}(\zeta_2) - \sigma_y^{*(2,s)}(\zeta_2), \\ \sigma_{xy0}^{(2,s)}(\xi) &= \tau_{02}^{(s)}, \quad v^{(2,s)}(\xi) = v^{-(s)}/a - v^{*(3,s)}(-\zeta_3). \end{aligned} \quad (12)$$

Для определения же $u^{(2,s)}$ получается уравнение

$$C_{22} \frac{d^2 u^{(2,s)}}{d\xi^2} = R^{(s)}, \quad (13)$$

$$\text{где } R^{(s)} = \tau_{02}^{(s)} - \tau_{01}^{(s)} + \frac{a_{12}^{(2)}}{a_{11}^{(2)}} \zeta_2 \frac{d\sigma_{y0}^{(2,s)}}{d\xi} + \sigma_{xy}^{*(1,s)}(\zeta_2),$$

$$C_{22} = \frac{\zeta_2}{a_{11}^{(2)}},$$

для величин третьего слоя

$$\begin{aligned} \sigma_{y0}^{(3,s)}(\xi) &= \sigma_y^{+(s)} - \sigma_y^{*(1,s)}(\zeta_1) + \sigma_y^{*(1,s)}(\zeta_2) - \sigma_y^{*(2,s)}(\zeta_2), \\ \sigma_{xy0}^{(3,s)}(\xi) &= \tau_{02}^{(s)}, \quad u^{(3,s)}(\xi) = u^{-(s)}/a - u^{*(3,s)}(-\zeta_3), \\ v^{(3,s)}(\xi) &= v^{-(s)}/a - v^{*(3,s)}(-\zeta_3). \end{aligned} \quad (14)$$

В отличие от предыдущего случая, когда неполный контакт имел место между вторым и третьим слоями и все величины выразились через решение одного приведенного уравнения, здесь получено два уравнения, решения которых используются для вычисления остальных величин. Количество полученных уравнений в обоих случаях совпадает с числом степеней свободы слоев, если их рассматривать как жесткое тело. В первом случае первые два слоя находятся в полном контакте и их совокупность имеет одну степень свободы (может перемещаться относительно третьего слоя), отсюда и одно разрешающее уравнение. Во втором же случае первый слой может перемещаться относительно второго, а второй слой — относительно третьего, поэтому и получилось два уравнения.

Сказанное подтверждается еще и тем, что в случае полного контакта между всеми слоями приведенное уравнение отсутствует и все величины внутренней задачи непосредственно выражаются через граничные функции.

В пятом параграфе приведено частное решение внутренней задачи весомой ортотропной трехслойной полосы при неполном контакте между слоями. Проведен численный анализ напряженно-деформированного состояния трехслойной полосы в зависимости от характера контакта между слоями.

Во второй главе изучается пограничный слой трехслойной анизотропной термоупругой полосы при полном и неполном контакте между слоями.

В первом параграфе главы поставлена краевая задача для пограничного слоя в соответствии со сформулированной в первой главе общей краевой задачей. Найдено решение плоского погранслоя для трехслойной анизотропной термоупругой полосы, когда на лицевых кромках заданы однородные условия

$$\begin{aligned} \sigma_{xy}^{(1)} = 0, \quad \sigma_y^{(1)} = 0 \quad \text{при } y = h_1 + h_2, \\ u^{(3)} = 0, \quad v^{(3)} = 0 \quad \text{при } y = -h_3, \end{aligned} \quad (15)$$

а на линиях контакта слоев — условия полного и неполного контакта

$$\begin{aligned} \sigma_{xy}^{(1)} = \sigma_{xy}^{(2)}, \quad \sigma_y^{(1)} = \sigma_y^{(2)}, \quad u^{(1)} = u^{(2)}, \quad v^{(1)} = v^{(2)} \quad \text{при } y = h_2, \\ \sigma_{xy}^{(2)} = \sigma_{xy}^{(3)} = 0, \quad \sigma_y^{(2)} = \sigma_y^{(3)}, \quad v^{(2)} = v^{(3)} \quad \text{при } y = 0. \end{aligned} \quad (16)$$

Решение погранслоя отыскивается в виде

$$\begin{aligned} \sigma^{(i)} = \varepsilon^{-1+s} \sigma^{(i,s)}(\zeta) \exp(-\lambda t), \\ u^{(i)} = \varepsilon^s u^{(i,s)}(\zeta) \exp(-\lambda t), \end{aligned} \quad s = \overline{0, N} \quad (17)$$

где $\sigma^{(i)}$, $U^{(i)}$ — любое из напряжений и перемещений, $t = x/h$, λ — неизвестный пока показатель.

Получено трансцендентное уравнение, откуда определяется λ , при этом каждому λ соответствует $\bar{\lambda}$.

Первый корень с $\operatorname{Re} \lambda_1 > 0$ трансцендентного уравнения характеризует скорость затухания погранслоя: $\exp(-\operatorname{Re} \lambda_1 t)$.

В третьем параграфе рассмотрена и решена задача определения пограничного слоя для ортотропной трехслойной полосы.

В четвертом параграфе рассмотрен вопрос сопряжения пограничного слоя с внутренней задачей. Согласно теории сингулярных возмущений, общий интеграл задачи имеет вид

$$J = Q^{(\text{вн})} + \varepsilon^\chi R^{(1)} + \varepsilon^\mu R^{(2)}, \quad (18)$$

где $Q^{(\text{вн})}$ — решение внутренней задачи, $R^{(1)}$ — решение погранслоя при $x=0$, $R^{(2)}$ — погранслоя при $x=a$, χ, μ характеризуют интенсивности погранслоев. Приведена процедура сопряжения внутреннего решения и решений погранслоя.

В третьей главе рассмотрена трехмерная внутренняя задача для двухслойной анизотропной термоупругой пластинки, слою которой обладают анизотропией самого общего вида, при неполном контакте между слоями. Построено асимптотическое решение внутренней задачи. Для напряжений и безразмерных перемещений получены рекуррентные формулы.

В первом параграфе главы приведены постановка смешанной краевой задачи, основные уравнения и соотношения для трехмерной двухслойной анизотропной термоупругой пластинки. Поставлена цель найти решение уравнений пространственной задачи теории термоупругости анизотропного тела в области $\Omega = \{x, y, z \mid x, y \in \Omega_0, -h_2 \leq z \leq h_1, h \ll a\}$, где a — характерный размер срединной плоскости пластинки. На пластинку действуют заданные объемные силы с компонентами $F_x^{(i)}(x, y, z)$, $F_y^{(i)}(x, y, z)$, $F_z^{(i)}(x, y, z)$ ($i=1,2$) и температурные воздействия. На лицевых плоскостях $z = -h_2$ и $z = h_1$ заданы условия

$$\begin{aligned} \sigma_z = \varepsilon^{-1} \sigma_z^+(x, y), \quad \sigma_{xz} = \sigma_{xz}^+(x, y), \quad \sigma_{yz} = \sigma_{yz}^+(x, y) \quad \text{при } z = h_1, \\ w = \varepsilon^{-1} w^-(x, y), \quad u = \varepsilon^{-1} u^-(x, y), \quad v = \varepsilon^{-1} v^-(x, y) \quad \text{при } z = -h_2. \end{aligned} \quad (19)$$

Рассматривается неполный контакт между слоями:

$$\begin{aligned} \sigma_{xz}^{(1)} = \sigma_{xz}^{(2)} = \tau_{x0}(x, y), \quad \sigma_{yz}^{(1)} = \sigma_{yz}^{(2)} = \tau_{y0}(x, y), \\ \sigma_z^{(1)} = \sigma_z^{(2)}, \quad w^{(1)} = w^{(2)}. \end{aligned} \quad \text{при } z = 0. \quad (20)$$

Функции $\tau_{x0}(x, y)$, $\tau_{y0}(x, y)$ считаются заданными и в зависимости от выбранной модели взаимодействия слоев могут иметь различные виды.

Во втором параграфе переходом к безразмерным координатам $\xi = x/a$, $\eta = y/a$, $\zeta = z/h$ и перемещениям $U = u/a$, $V = v/a$, $W = w/a$ выписаны сингулярно возмущенные геометрическим малым параметром ($\varepsilon = h/a$) уравнения относительно искомых величин. Найдена асимптотика решения этой системы, которая принципиально отличается от асимптотики тех же величин классической теории пластинок. Решение внутренней задачи ищется в виде

$$Q^{(i)} = \varepsilon^{q_i + s} Q^{(i,s)}(\xi, \eta, \zeta), \quad s = \overline{0, N}. \quad (21)$$

Доказано, что

$$\begin{aligned} q_i = -1 \quad \text{для} \quad (\sigma_x^{(i)}, \sigma_y^{(i)}, \sigma_z^{(i)}, \sigma_{xy}^{(i)}, U^{(i)}, V^{(i)}, W^{(i)}), \\ q_i = 0 \quad \text{для} \quad (\sigma_{xz}^{(i)}, \sigma_{yz}^{(i)}). \end{aligned} \quad (22)$$

Построена асимптотика решения сингулярно возмущенной системы уравнений, соответствующая внутренней задаче.

Все искомые величины выражены через $u^{(1,s)}$, $v^{(1,s)}$, для определения же последних получена система дифференциальных уравнений с частными производными:

$$\begin{aligned} L_{11}(C_{ij}^{(1)})u^{(1,s)} + L_{12}(C_{ij}^{(1)})v^{(1,s)} + \tau_{x0}^{(s)}(\xi, \eta) = p_1^{(s)}, \\ L_{12}(C_{ij}^{(1)})u^{(1,s)} + L_{22}(C_{ij}^{(1)})v^{(1,s)} + \tau_{y0}^{(s)}(\xi, \eta) = p_2^{(s)}, \end{aligned} \quad (23)$$

где $p_1^{(s)}$, $p_2^{(s)}$ — обобщенные нагрузки, $L_{ij}(C_{ij}^{(1)})$ — дифференциальные операторы второго порядка.

Отметим, что в случае классической теории пластинок получаются дифференциальные уравнения не только относительно тангенциальных компонентов U, V вектора перемещения, но и относительно нормальной компоненты W , при этом в задаче изгиба главную роль играет именно уравнение относительно W . В нашем же случае уравнения получаются относительно U, V , а W определяется для каждого приближения арифметическими действиями.

В случае второй и третьей краевых задач величины $U^{(i,s)}$, $V^{(i,s)}$, $W^{(i,s)}$ полностью определяются в процессе удовлетворения условиям при $y = \pm h$, в нашем же случае для $U^{(i,s)}$, $V^{(i,s)}$ получаются уравнения (23). Это означает, что граничные условия на боковой поверхности непосредственно будут влиять на значения этих величин.

В третьем параграфе рассмотрен случай ортотропных пластинок. Используя полученные результаты, выписаны двумерные уравнения внутренней задачи ортотропных пластинок и формулы вычисления напряжений и перемещений.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Асимптотический метод решения сингулярно возмущенных малым параметром дифференциальных уравнений распространен для расчета анизотропных трехслойных полос и двухслойных пластин с нетрадиционными (неклассическими) для пластин и оболочек граничными условиями на лицевых поверхностях. Помимо полного контакта между слоями рассмотрен также случай неполного контакта. Из уравнений теории упругости анизотропного тела выведены одномерные и двумерные приведенные уравнения, рекуррентные формулы, которые позволяют определить напряженно-деформированные состояния полос и пластин. Указаны случаи, когда итерационные процессы обрываются и получаются точные решения.

В диссертационной работе, в частности, получены следующие новые результаты:

- На основе уравнений теории термоупругости построено асимптотическое решение смешанной краевой задачи трехслойной анизотропной полосы, когда на одной из ее продольных кромок заданы компоненты тензора напряжений, на другой — вектор перемещения, а контакт между первым и вторым слоями полный, между вторым и третьим — неполный.
- Доказана неприменимость гипотезы плоских сечений для решения сформулированной смешанной краевой задачи, установлена асимптотика компонентов вектора перемещения и тензора напряжений.
- Определено напряженно-деформированное состояние трехслойной анизотропной термоупругой полосы при неполном контакте между слоями, когда на одной из лицевых поверхностей заданы компоненты тензора напряжений, а на другой — вектор перемещения.
- Показана существенная зависимость приведенного разрешающего уравнения от вида функции модели неполного контакта слоев. Установлена аналитическая форма этой зависимости.
- Выведены формулы прикладного характера, учитывающие вес каждого слоя, приведенную сейсмическую нагрузку, изменение температурного поля.
- Построена асимптотика и решена задача пограничного слоя трехслойной анизотропной полосы. Выявлен характер затухания величин пограничного слоя. Исследован вопрос сопряжения погранслоя с решением внутренней задачи.
- На основе уравнений пространственной задачи теории термоупругости установлена асимптотика решения анизотропной двухслойной пластинки, когда на одной из лицевых поверхностей заданы значения компонентов тензора напряжений, на другой — вектор перемещения, а контакт между слоями неполный. Доказана неприменимость гипотез

классической теории пластин и оболочек к сформулированной задаче.

- Выведены двумерные приведенные уравнения, позволяющие определять величины внутренней задачи с наперед заданной асимптотической точностью как для ортотропных пластинок, так и в случае наличия общей анизотропии.

СПИСОК НАУЧНЫХ РАБОТ

Основные результаты работы изложены в следующих публикациях:

1. Барсегян В.М. Об асимптотическом решении смешанной краевой задачи для трехслойной полосы, когда между слоями выполняется полный и неполный контакт// Тр. межд. конф. "Теоретическая и прикладная механика". Ереван. 1994.
2. Барсегян В.М. К вопросу определения напряженно-деформированного состояния трехслойной ортотропной полосы при неполном контакте между слоями// Сб. научн. трудов "Юбилейн. научная конференция, посвященная 60-летию основания Гюмрийского педагогического института". Т.1. Высшая школа. Гюмри. 1994. С.53-57.
3. Барсегян В.М. Асимптотическое решение смешанной трехмерной задачи двухслойной анизотропной пластинки при неполном контакте// Конф., посвященная 65-летию создания кафедры теоретической механики ЕГУ. Тезисы докладов. Ереван. 1995. С.27.
4. Барсегян В.М. Пограничный слой трехслойной анизотропной полосы, когда между слоями выполняется полный и неполный контакт// Докл. НАН РА. 1997. Т.97. №3. С.7-12.
5. Барсегян В.М. Асимптотическое решение трехмерной внутренней задачи для двухслойных анизотропных пластинок при неполном контакте между слоями// Изв. НАН РА. Механика. 1998г. Т.51. №1.

Աշխատանքը նվիրված է անհզոտրոպ եռաշերտերի և երկշերտ սալերի լարվածա-դեֆորմացիոն վիճակների ուսումնասիրությանը ոչ դասական խնդիրների դեպքում:

Առաջին գլխում, որը բաղկացած է հինգ պարագրաֆից, անհզոտրոպ եռաշերտի ջերմաառաձգական խնդրի համար ստացված են ասիմպտոտիկ լուծումներ շերտերի միջև երկու տիպի կոնտակտի պայմանների դեպքում՝ ա) երբ առաջին և երկրորդ շերտերի միջև կոնտակտը լրիվ է, իսկ երկրորդ և երրորդ շերտերի միջև՝ ոչ լրիվ, բ) երբ բոլոր շերտերի միջև կոնտակտը ոչ լրիվ է:

Մինգուլյար գրգռված դիֆերենցիալ հավասարումների լուծման ասիմպտոտիկ մեթոդով դուրս են բերված բանաձևեր բոլոր որոնելի մեծությունների որոշման համար:

Ցույց է տրված, որ բնութագրիչ բերված հավասարումների թիվը Լապես կախված է շերտերի՝ որպես կոշտ մարմինների, ազատության աստիճաններից:

Ստացված են փակ լուծումներ մասնավոր դեպքերի համար:

Երկրորդ գլխում, որը բաղկացած է չորս պարագրաֆից, դուրս են բերված անհզոտրոպ եռաշերտի ջերմաառաձգական խնդրի ասիմանային շերտի տիպի լուծումները: Դիտարկված է ասիմանային շերտի և ներքին խնդրի լուծումների կարման հարցը:

Երրորդ գլխում, որը բաղկացած է երեք պարագրաֆից, ուսումնասիրված է անհզոտրոպ երկշերտ սալի լարվածային-դեֆորմացիոն վիճակի որոշման խնդիրը շերտերի միջև ոչ լրիվ կոնտակտի դեպքում: Մալի երեսային մակերևույթներից մեկի վրա տրված են լարումների թեկնոթի բաղադրիչների արժեքները, իսկ մյուս մակերևույթի վրա՝ տեղափոխությունների վեկտորի արժեքները: Ստացված հավասարումները սկզբունքորեն տարբերվում են սալերի դասական տեսության հավասարումներից:

Աշխատանքում ստացված արդյունքները կարող են օգտագործվել մասնավորապես, կառույցների հիմքերի և հիմնատակերի հաշվարկներում, ինչպես նաև սեյսմոլոգիայում:

Տպագրված է ՀՀ ԲՈՀ-ի պարվերով

Հանձնված է տպագրության 26.05.98 թ: Պատվեր99: Տպարանակ 60:

Տպագրված է «Դավիթ» կոոպերատիվի տպարանում:
Երևան, Տերյան 72:

