ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ՀԱՆՐԱՊԵՏՈՒԹՅԱՆ ԿՐԹՈՒԹՅԱՆ ԵՎ ԳԻՏՈՒԹՅԱՆ ՆԱԽԱՐԱՐՈՒԹՅՈՒՆ
ԵՐԵՎԱՆԻ ՃԱՐՏԱՐԱՊԵՏԱՇԻՆԱՐԱՐԱԿԱՆ ԻՆՍՏԻՏՈՒՏ

ԼԵՎՈՆ ՀԱՅԿԱԶԻ ԼԵՎՈՆՅԱՆ

ԱՆՀԱՄԱՍԵՌ ՊՐԻԶՄԱՏԻԿ ԵՎ ԳԼԱՆԱՅԻՆ ՁՈՂԵՐԻ ՊԼԱՍՏԻԿԱԿԱՆ ՎԻՃԱԿԸ ՈԼՈՐՄԱՆ ԵՎ ԾՌՄԱՆ ԴԵՊՔՈՒՄ

Ե. 23.01 – «Շինարարական կոնստրուկցիաներ, շենքեր, կառուցվածքներ և շինարարական մեխանիկա» մասնագիտությամբ տեխնիկական գիտությունների թեկնածուի գիտական աստիճանի հայցման ատենախոսության

Ս Ե Ղ Մ Ա Գ Ի Ր

Ե Ր Ե Վ Ա Ն - 2000

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РЕСПУБЛИКИ АРМЕНИЯ
ЕРЕВАНСКИЙ АРХИТЕКТУРНО-СТРОИТЕЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ

ЛЕВОНЯН ЛЕВОН АЙКАЗОВИЧ

ПЛАСТИЧЕСКОЕ СОСТОЯНИЕ НЕОДНОРОДНЫХ ПРИЗМАТИЧЕСКИХ И ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ СТЕРЖНЕЙ ПРИ КРУЧЕНИИ И ИЗГИБЕ

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 05.23.01 – "Строительные конструкции, здания, сооружения и строительная механика"

Е Р Е В А Н - 2000

Ատենախոսության թեման հաստատվել է Երևանի ճարտարապետաշինարարական ինստիտուտում

Գիտական ղեկավար՝ - ՀՀ ԳԱԱ ակադեմիկոս Մ.Ա.Զադոյան

Պաշտոնական ընդդիմախոսներ՝ - ֆ.մ.գ.դ., պրոֆեսոր Ս.Ս.Դարբինյան

- տ.գ.դ., պրոֆեսոր Ս.Խ.Գևորգյան

Առաջատար կազմակերպություն՝ - Միջռեգիոնալ ինստիտուտ «ՎՊԷԿՏԻ» ԲԲԸ

Ատենախոսության պաշտպանությունը կայանալու է 2000թ. հունիսի 9-ին ժ.14^{00} ԵրՃՇԻ-ի «Շինարարություն» - 030 մասնագիտացված խորհրդի նիստում, հետևյալ հասցեով՝ 375009, ք. Երևան, Տերյան 105:

Ատենախոսությանը կարելի է ծանոթանալ ԵրՃՇԻ-ի գրադարանում:
Սեղմագիրն առաքված է 08.05.2000 թ.

Մասնագիտացված խորհրդի գիտական քարտուղար,
տեխնիկական գիտությունների դոկտոր, պրոֆեսոր Ս.Ա.Մելքումյան

Тема диссертации утверждена в Ереванском архитектурно-строительном институте

Научный руководитель: - **академик НАН РА М.А.Задоян**

Официальные оппоненты: - **д.ф.м.н., профессор С.С.Дарбинян**

- **д.т.н., профессор С.Х.Геворкян**

Ведущая организация: - **ОАО Межрегиональный институт "ВПЭКТИ"**

Защита состоится 9 июня 2000г. в 14^{00} часов на заседании специализированного совета "Строительство" - 030 Ереванского архитектурно-строительного института по адресу: 375009, Ереван, ул. Теряна 105.

С диссертацией можно ознакомится в библиотеке ЕрАСИ.
Автореферат разослан 08.05.2000 г.

Ученный секретарь специализированного совета, доктор технических наук, профессор **С.А.Мелкумян**

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Элементы пространственных и плоских рам, пролетные конструкции мостовых сооружений, элементы энергосиловых конструкций, детали механизмов и машин чаще всего работают на изгиб и на кручение. Нередко они подвергаются одновременному действию крутящих и изгибающих моментов. Кроме того, во многих случаях кручение вызывает изгиб, и наоборот при изгибе элемент закручивается. Помимо силовых воздействий, они при высоком уровне температуры, подвергаются значительному температурному градиенту и облучения, вследствие чего материал становится неоднородным и физически нелинейным, которое является важным фактором влияющим на напряженно-деформированное состояние конструкций.

Стремление создать экономичные и легкие конструкции, требует более полного использования фактических запасов прочности материалов. А для этого необходимо по возможности точнее описывать физическое состояние конструкций с учетом совместных воздействий силовых и прочих нагрузок за пределом упругости. Задача совместного кручения и изгиба однородных стержней за пределом упругости, в отличие от упругой, изучено недостаточно, а для неоднородных физически нелинейных тел в общей постановке ее решение отсутствует.

Предлагаемая диссертационная работа посвящена изучению напряженно-деформированного состояния изотропно упрочняющихся однородных и неоднородных призматических и цилиндрических тел при совместном кручении и изгибе за пределом упругости. В работе выведены основные дифференциальные уравнения пространственных задач теории пластичности неоднородных изотропно упрочняющихся призматических и цилиндрических тел при кручении и изгибе, когда неоднородность является следствием высокого температурного поля или облучения и даны их решения для прямоугольных и кольцевых областей.

Научная новизна. Исследовано пластическое состояние призматических изотропно упрочняющихся стержней прямоугольного сечения при совместном кручении и изгибе. На основе деформационной теории пластичности получены разрешающие уравнения для неоднородных призматических и цилиндрических тел из упрочняющегося материала при совместном кручении, изгибе, расстяжении, а так же под действием сил распределенной к боковой поверхности и постоянной по длине (нормальных к образующей). На основе полученных уравнений решены задачи, для которых неоднородность материала стержня преобретенная (из-за влияния высокого температурного поля), вследствия чего его физико-механические характеристики становятся непрерывными функциями координат точек поперечного сечения.

Апробация работы. Результаты диссертационной работы докладывались на ежегодных научных конференциях ЕрПИ и ЕрАСИ, на XXI научно-технической конференции профессорско-преподавательского состава вузов Закавказья (Ереван, 1982г.), на научно-техническом семинаре НИИтяжмаш "Уралмаш" (Свердловск, 1983г.), на республиканской конференции "Контактные и смешанные граничные задачи механики деформируемого твердого тела", посвященной 85-летию со дня рождения академика НАН РА Н.Х.Арутюняна (Ереван, 1997г.).

Объем работы. Диссертационная работа состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы. Содержит 107 страниц текста, 17 рисунков и список литературы из 124 наименований.

Публикации. По теме диссертационной работы опубликованы пять научных статей.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность проблемы и выбранного направления исследований. Дана краткая аннотация всех глав диссертации и основные положения, которые выносятся на защиту.

Первая глава, посвящена исследованию пластического состояния призматического стержня из упрочняющегося материала при совместном кручении и изгибе. Дается краткий обзор исследований посвященных проблеме. Задача пластического состояния призматических однородных стержней при совместном кручении и изгибе для жестко-пластического материала была сформулирована Г.Хандельманом, Р.Хиллом: задача сведена к нелинейному дифференциальному уравнению второго порядка в частных производных относительно функции напряжения. Численное решение этого уравнения получена М.С.Стиллом и Е.О.Имегву. С использованием функцию перемещения

эта же задача сформулирована С.Печником, решение которого получены в работах Р.М.Миллера и М.М.Мэлверна. Для стержней из упрочняющегося материала задача совместного кручения и изгиба рассмотрена в работах Р.М.Миллера, Л.М.Мэлверна, М.Жичковского, Ю.Н.Работнова, М.А.Задояна, П.В.Галпчяна, И.В.Стасенко, О.Тошиаки. Отметим, что с математической точки зрения к аналогичным дифференциальным уравнениям приводятся задачи о неупругом кручении кривых стержней.

Расмотрено задача о пластическом состоянии призматического однородного изотропно упрочняющегося стержня при одновременном кручении и изгибе парами сил действующими на торцевых сечениях.

На основе деформационной теории пластичности задача сведена к следующей краевой задаче (в случае несжимаемого материала):

$$\nabla^2\psi + \left(\frac{\partial\psi}{\partial x} - y\right)\frac{\partial \ln f(\varepsilon_i)}{\partial x} + \left(\frac{\partial\psi}{\partial y} - x\right)\frac{\partial \ln f(\varepsilon_i)}{\partial y} = 0$$

$$\left.\frac{\partial\psi}{\partial \upsilon}\right|_{\Gamma} = \frac{d}{ds}\left(\frac{x^2+y^2}{2}\right) \qquad (1)$$

где $\psi(x;y)$ характеризует депланация поперечного сечения, ε_i- интенсивность деформаций, $f(\varepsilon_i)$- функция упрочнения (в долях $2G$, G-модуль сдвига) с физическим параметром λ, так что $f(\lambda=0)=1$ соответствует упругому материалу.

Компоненты напряжений при этом представляются выражениями:

$$\sigma_z = \frac{3}{2}f(\varepsilon_i)(Ax+By+c), \qquad \sigma_x = \sigma_y = \tau_{xy} = 0,$$

$$\tau_{xy} = Df(\varepsilon_i)\left(\frac{\partial\psi}{\partial x} - y\right), \qquad \tau_{yz} = Df(\varepsilon_i)\left(\frac{\partial\psi}{\partial y} + x\right), \qquad (2)$$

$$\varepsilon_i = \sqrt{\frac{3}{4}(Ax+By+c)^2 + D^2\left[\left(\frac{\partial\psi}{\partial x} - y\right)^2 + \left(\frac{\partial\psi}{\partial y} + x\right)^2\right]}$$

Решение уравнения (1) ищется в виде

$$\psi = \sum_{k=1}^{\infty}\lambda^k\psi_k \qquad (3)$$

Разлагая функцию упрочнения $f(\varepsilon_i)$ в степенной ряд по физическому параметру λ краевая задача (1) приведена к системе рекуррентных краевых задач Неймана, первое из которых для уравнения Лапласа, а остальные — для уравнения Пуассона. Доказана разрешимость этих задач и получено решение для прямоугольного сечения. Произведен численный расчет для материала со степенным законом упрочнения. Построены эпюры компонентов напряжений в поперечных сечениях при $M_x = 0$, $M_y = 16M_z$, $M_z / b^3 = 35$МПа, $a/b = 2$, $\lambda = 0.2$, $G = 0.77 \cdot 10^5$ МПа (рис. 1).

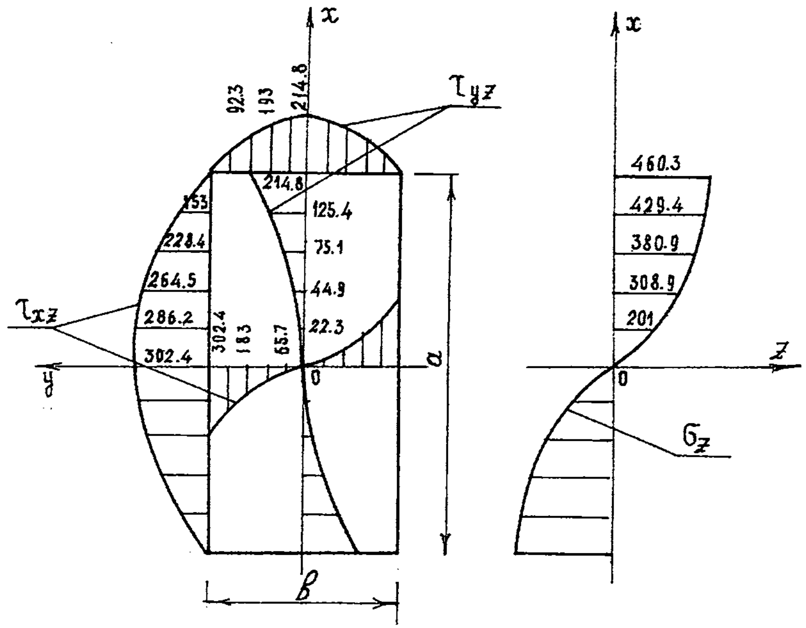

Рис. 1

<u>Во второй главе</u>, рассматривается напряженно-деформированное состояние неоднородных изотропного упрочняющихся призматических и цилиндрических тел. Излагаются причины возникновения неоднородности выделяя приобретенная неоднородность, как следствие высокого температурного поля или нейтронного облучения, когда в теле возникает объемная деформация, а физико-механические свойства становятся функциями координат. Выводятся основные уравнения, определяющие напряженное и деформированное состояние неоднородных призматических и цилиндрических упрочняющихся тел

под действием сил распределенных по боковой поверхности, нормальных к образующей и постоянной по длине. Кроме того, на торцах действуют усилия приводящие к изгибающим и скручивающим моментам и осевым силам. Механические характеристики материала являются непрерывными функциями координат точек поперечного сечения (рис. 2).

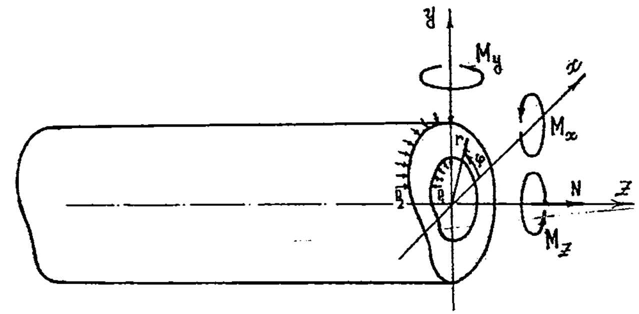

Рис. 2

На основе деформационной теории пластичности изотропно упрочняющихся тел, между компонентами напряжений и деформаций принимаются следующие зависимости:

$$\sigma_{ij} - \sigma\delta_{ij} = f(\varepsilon_1)(\varepsilon_{ij} - \theta\delta_{ij}), \qquad (4)$$

где θ - объемная деформация, возникающей от температурного поля или нейтронного облучения. Остальные классические соотношения имеют вид:

$$\frac{\partial\sigma_{ij}}{\partial x_i} = 0,$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i}\right), \qquad (5)$$

$$\sigma_{ij} n_j = P_{ij},$$

где σ_{ij}, ε_{ij} - компоненты тензора напряжений и деформаций, n_j - направляющие косинусы нормали рассматриваетой поверхности к осям координат, P_{ij} - напряжения на поверхности.

Исходя из того, что напряжения в каждом поперечном сечении при любой длине рассматриваемого призматического или цилиндрического тела уравновешиваются одними и теми же моментами и расстягивающих сил, полуобратным методом Сен-Венана предпологая, что σ_{ij} и ε_{ij} функции лишь от координат точек поперечного сечения, компоненты перемещения представляются в виде:

$$u(r,\varphi,z)=u_0(r,\varphi)-\frac{1}{2}(A\cos\varphi+B\sin\varphi)z^2$$

$$v(r,\varphi,z)=v_0(r,\varphi)+\frac{1}{2}(A\sin\varphi-B\cos\varphi)z^2 \qquad (6)$$

$$w(r,\varphi,z)=w_0(r,\varphi)+Arz\cos\varphi+Brz\sin\varphi+Cz,$$

где u_0, v_0, w_0 - неизвестные функции.

Введены две функции перемещения $\psi(r,\varphi)$ и $\Phi(r,\varphi)$,

$$w_0=2D\psi, \quad u_0=\frac{1}{r}\left(\frac{\partial\Phi}{\partial\varphi}+\chi\right), \quad v_0=-\frac{\partial\Phi}{\partial r}, \qquad (7)$$

где $\chi=\int(3\theta-Ar\cos\varphi-Br\sin\varphi-C)rdr$,

так, чтобы тождественно удовлетворялось условие $\varepsilon_r+\varepsilon_\varphi+\varepsilon_z=3\theta$. Выражая компоненты ε_{ij} и σ_{ij} через новые функции Φ, ψ и удовлетворяя дифференциальным уравнениям равновесия, уравнения пространственной задачи теории пластичности сведена к следующей системе:

$$4\frac{\partial^2}{\partial r\partial\varphi}\left[f(\varepsilon_i)\left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial r\partial\varphi}-\frac{1}{r}\frac{\partial\Phi}{\partial\varphi}+\frac{1}{2}\frac{\partial\chi}{\partial r}+\frac{\chi}{r}\right)\right]+$$

$$+\left(\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}-r^2\frac{\partial^2}{\partial r^2}-3r\frac{\partial}{\partial r}\right)\left[f(\varepsilon_i)\left(\nabla^2\Phi-2\frac{\partial^2\Phi}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial\chi}{\partial\varphi}\right)\right]=0 \qquad (8)$$

$$\frac{\partial}{\partial r}\left[rf(\varepsilon_i)\frac{\partial\psi}{\partial r}\right]+\frac{\partial}{\partial\varphi}\left[f(\varepsilon_i)\left(r+\frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial\varphi}\right)\right]=0 \qquad (9)$$

Поставленная задача сформулирована также в декартовой системе координат, удобной для призматических тел. Пологая

$$\sigma_x=\frac{\partial^2F}{\partial y^2}, \quad \sigma_y=\frac{\partial^2F}{\partial x^2}, \quad \tau_{xy}=-\frac{\partial^2F}{\partial x\partial y}, \quad \tau_{xz}=\frac{\partial H}{\partial y}, \quad \tau_{yz}=-\frac{\partial H}{\partial x}, \qquad (10)$$

тождественно удовлетворяются уравнения равновесия. Выражая напряжения σ_z и компоненты деформации через новые функции $F(x,y)$, $H(x,y)$ и удовлетворяя уравнениям совместности деформаций, задача сведена к следующей системе из

трех нелинейных дифференциальных уравнений относительно функций напряжения F, H и интенсивности касательных напряжений σ_i:

$$g(\sigma_i)\nabla^4F+2\frac{\partial g}{\partial x}\nabla^2\frac{\partial F}{\partial x}+2\frac{\partial g}{\partial y}\nabla^2\frac{\partial F}{\partial y}+4\frac{\partial^2g}{\partial x\partial y}\frac{\partial^2F}{\partial x\partial y}+$$

$$+\left(\frac{\partial^2g}{\partial x^2}-\frac{\partial^2g}{\partial y^2}\right)\left(\frac{\partial^2F}{\partial x^2}-\frac{\partial^2F}{\partial y^2}\right)=-6\nabla^2\theta, \qquad (11)$$

$$g(\sigma_i)\nabla^2H+\frac{\partial g}{\partial x}\frac{\partial H}{\partial x}+\frac{\partial g}{\partial y}\frac{\partial H}{\partial y}=-2D, \qquad (12)$$

$$\left(\frac{\partial^2F}{\partial x^2}-\frac{\partial^2F}{\partial y^2}\right)^2+\left(\frac{\partial^2F}{\partial x\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial H}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial H}{\partial y}\right)^2-\frac{2}{3}\sigma_i^2=-3(\varepsilon_z-\theta)^2 \qquad (13)$$

Получено решение для круговой кольцевой области, когда механические характеристики материала являются функцией радиуса, а материал изотропно упрочняется по степенному закону, так что функция упрочнения является непрерывно дифференцируемой функцией координат точек поперечного сечения и может быть представлена в виде

$$f(\varepsilon_i)=r^\beta\varepsilon_i^{-2\lambda}, \qquad (14)$$

где λ и β параметры аппроксимации диаграмы расстяжения, при этом $\lambda\in[0;0.5]$ и $\lambda=0$ соответсвует упругому состоянию в долях $2G$, а $\lambda=0{,}5$ - предельному состоянию.

Представлением функции перемещения Φ и ψ в виде степенного ряда

$$\Phi=\sum_{k=0}^{\infty}\lambda^k\Phi_k, \qquad \psi=\sum_{k=0}^{\infty}\lambda^k\psi_k, \qquad (15)$$

квазинелинейная система дифференциальных уравнений (8), (9) сведена к рекуррентной последовательности следующих краевых линейных задач:

$$\nabla^2\Psi_n+\frac{\beta}{r}\frac{\partial\psi_n}{\partial r}=Q_n(r,\varphi),$$

$$\frac{\partial\psi_n}{\partial r}\Big|_{r=a}=0, \qquad \frac{\partial\psi_n}{\partial\varphi}\Big|_{r=b}=0, \qquad n=0,1,2\ldots \qquad (16)$$

$$\nabla^2\nabla^2\Phi_n+\frac{2\beta}{r}\frac{\partial^3\Phi_n}{\partial r^3}+\frac{2\beta}{r^3}\frac{\partial^3\Phi_n}{\partial r\partial\varphi^2}-$$

$$-\frac{\beta(\beta+2)}{r^4}\frac{\partial^2\Phi_n}{\partial\varphi^2}+\frac{\beta^2}{r^2}\frac{\partial^2\Phi_n}{\partial r^2}-\frac{\beta^2}{r^3}\frac{\partial^2\Phi_n}{\partial r}=H_n(r,\varphi), \qquad (17)$$

$$r,\varphi\in\Omega-\Gamma\Omega, \qquad n=0,1,2\ldots$$

При $n=0$, следует, $Q_0=0$, $H_0=\beta(\beta+2)(B\cos\varphi-A\sin\varphi)r^{\beta+1}$, ψ_0 и Φ_0 характеризуют неоднородное упругое состояние. При $n\geq 0$, Q_n и H_n известные функции зависящие от решений не выше $(n-1)$-го прближения.

Уравнения (16) и (17) допускают разделение переменных. Их решение получено при помощи тригонометрических рядов Фурье.

В третьей главе рассматривается пластическое состояние призматических и цилиндрических упрочняющихся стержней при термосиловом нагружении с учетом зависимости механических свойств материала от температуры.

Рассматривается термопластическое состояние полых цилиндров под совместным действием внутреннего давления, изгиба, кручения и осевой расстягивающей силы. В случае осесимметричного стационарного температурного поля определены выражения компонентов перемещений и задача сведена к интегрированию одного квазинелинейного диференциального уравнения в частных производных относительно депланации поперечного сечения. При степенном законе упрочнения и осесимметричного температурного поля с учетом экспоненциальной зависимости модуля упругости от радиуса, методом малого физического параметра нелинейная краевая задача сведена к рекуррентной последовательности краевых задач Неймана, которые допускают разделение переменных. Получены выражения компонентов напряжений с учетом зависимости коэффициента линейного расширения, модуля упругости, пределов текучести и временного сопротивления от температуры.

Рассматривается кручение и расстяжение полого цилиндра под внутренным давлением в осесимметричном высоком температурном поле. Предельное состояние цилиндра без температурного воздействия рассмотрено Ж.Панареллием и П.Ходжом, а при упрочнении — М.А.Задояном, термоупруго — пластическое состояние, но без кручения и расстяжения, рассмотрено Л.М.Качановым, Д.Блендом, где получены точные решения задачи. Здесь, также, отсутствие изгиба позволила системе уравнений (4), (5) пространственной задачи термопластичности интегрировать в квадратурах для радиально неоднородного толстого цилиндра. Произведен численный расчет для цилиндра из жаропрочной стали марки 1Х18Н9Т при температуре на внутренней поверхности 500⁰С, а в наружной - 200⁰С, аппроксимируя диаграмма расстяжения степенной функцией

с учетом аналитической зависимости модуля упругости, пределов текучести и прочности от радиуса, построены эпюры компонентов напряжений.

При распределение температуры в цилиндре по закону $T(r)=T_1+\frac{T_2-T_1}{\ln b/a}\ln r/a$ и в результате аппроксимации экспериментальных данных в интервале температур (200-600)°С, получено: $\sigma_T=252\exp(-0.0009T(r))$,

$$\sigma_в=5227\exp(-0.0009T(r)),\qquad f(\varepsilon_i)=\frac{2}{3}E(T_1)\exp(-\mu T_1)\left(\frac{r}{a}\right)^{\beta}(k\varepsilon_i)^{-2\lambda},$$

$$k=500\left(2.676\left(\frac{r}{a}\right)^{\beta-0.27\ln b/a}\right)^{1/2\lambda},\ \lambda=0.4015-0.0001T(r),\ \mu=4.744.10^{-4},\ r\in[a;b].$$

Для цилиндра с параметрами $a=1.8$м, $b/a=1.2$, $T_1=500^0C$, $T_2=200^0C$, $\alpha=1.8\cdot10^{-7}$1/град, $p=20$МПа, $N=\pi a^2 p$, $M=220a^3$ кН.м, эпюры компонентов напряжений илюстрированы на рис. 3.

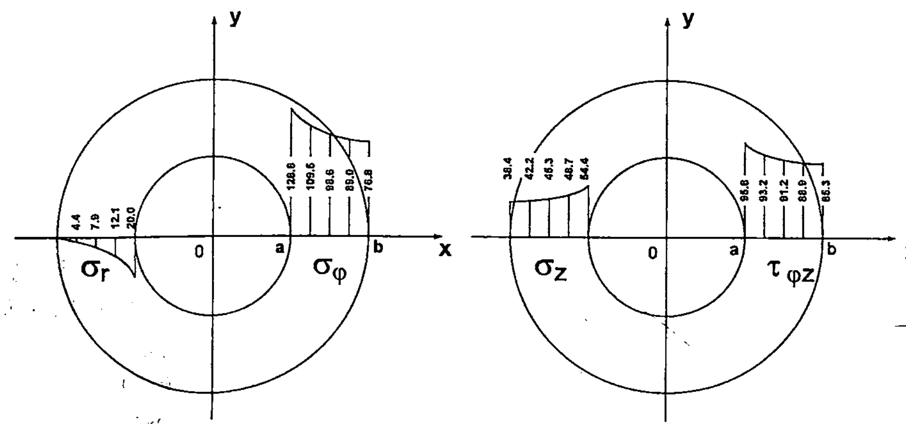

Рис. 3

Далее рассмотрено термопластическое состояние призматического стержня при чистом изгибе. Задача сведена к интрегрированию нелинейного дифференциального уравнения четвертого порядка в частных производных относительно функции напряжения в области поперечного сечения. Представлением искомой функцией в виде $F(x,y)=\sum_{i=0}^{\infty}\sum_{s=0}^{\infty}\lambda^i\mu^s F_{is}$, разлагая также функцию упрочнения в двойной степенной ряд по физическим параметрам λ и μ, нелинейная задача приведена к рекуррентной последовательности линейных краевых задач для бигармонического уравнения в области поперечного сечения. Параметры λ и μ учитывают влияние температуры на функцию упрочнения. Используя решение плоской задачи теории упругости для прямоугольника, полученной Б.Л.Абрамяном, вышепоставленная задача при степенном законе упрочнения и с учетом зависимости механических характеристик материала от температуры, доведена до числовых результатов и получена картина распределения напряжений.

Решено задача кручения стержня прямоугольного полого сечения в высоком нестационарном температурном поле, когда механические характеристики материала стержня являются функциями температуры, а толщина стенок известной функцией времени. Задача сведена к интегрированию нелинейного дифференциального уравнения в области поперечного сечения. Для тонкостенного сечения обобщая теорему Бредта, получены выражения касательных напряжений. Рассмотрен числовой пример.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертационной работе изучено пространственное напряженно-деформированное состояние призматических и цилиндрических физически нелинейных стержней, которые подвергаются одновременному кручению, изгибу, а также воздействию распределенных сил нормальных к боковой поверхности и температурных градиентов, под влиянием которого материал становится неоднородным. Особенность силовых и прочих нагрузок в том, что они не меняются вдоль образующей. Воспользовавшись этим, пространственные задачи теории пластичности сведены к интегрированию нелинейных дифференциальных уравнений в области поперечного сечения. В ней получены следующие новые результаты.

- Решена задача о пластическом состоянии призматического упрочняющегося стержня при совместном кручении, изгибе и расстяжении. На основе деформационной теории пластичности пространственная задача сведена к двухмерной краевой задаче Неймана в области поперечного сечения для квазинелинейного дифференциального уравнения эллиптического типа второго порядка в частных производных относительно функции перемещения.

Нелинейная краевая задача при помощи степенных рядов приведена к системе рекуррентных краевых задач Неймана, первая из которых для уравнении Лапласа, а остальные – уравнениям Пуассона. Доказана разрешимость задач Неймана и получено решение для прямоугольной области. Произведен численный расчет для материала со степенным законом упрочнения.

- Выведены основные соотношения и уравнения задачи о пластическом состоянии неоднородных призматических и цилиндрических тел из упрочняющегося материала при совместном кручении, изгибе, расстяжении, а также под действием сил распределенной к боковой поверхности нармальных к образующей и постоянной по длине. Применяя функции напряжения, задача сведена к решению систем трех квазинелинейных дифференциальных уравнений в частных производных в области поперечного сечения относительно двух функций напряжения и интенсивности касательных напряжений. С применением двух функций перемещения, задача сведена к системе из двух квазинелинейных дифференциальных уравнений в частных производных. Последняя решена для круговой кольцевой области при степенном законе упрочнения и модуля упругости экспонециально меняющихся вдоль радиуса.
- Решена задача полого толстостенного цилиндра из упрочняющегося материала находящегося под внутренным давлением в осесимметричном температурном поле при одновременном кручении, изгибе и расстяжении с учетом возникшей радиальной неоднородности, применяя метод малого параметра. Эта же задача, при отсутствии изгиба, решена в квадратурах, получены выражения компонентов напряжений с учетом аналитической зависимости механических характеристик от радиальной координаты. Сделан числовой расчет прикладного характера.
- Получено решение задачи термопластического изгиба балки прямоугольного сечения с учетом приобретенной неоднородности. Численно реализованы полученные выражения для напряжений.
- Получено решение задачи термопластического кручения стержня прямоугольного полого сечения, когда толщина стенок известнся функция времены. Обобщена теорема Бредта и для тонкостенного сечения получены выражения касательных напряжений и их численная реализация.

Основные результаты работы изложены в следующих публикациях:

1. Задоян М.А., Левонян Л.А. Пластическое состояние призматического стержня прямоугольного сечения при совместном кручении и изгибе. Изв. АН Арм. ССР. Техн. н. 1975.: т. 28. №6, с.10-16.

2. Левонян Л.А., Мурадян Л.М., Сароян С.Р., Энфиаджян Р.Л. Об одной задаче пластического изгиба призматического стержня при высоких температурах. Межвуз. сб. научн. тр., строительство и архитектура XII, вып. 2, Ереван: 1976, с. 108-117.

3. Левонян Л.А. Об одной задаче кручения тонкостенного стержня прямоугольного сечения в высоком нестационарном температурном поле. Межвуз. сб. научн. тр., ЕрПИ. Инженерные проблемы строительной механики. Ереван 1985, с. 82-88.

4. Левонян Л.А. Пластическое состояние полого цилиндра, находящегося в температурном поле под действием внутреннего давления, изгиба и кручения. Межвуз. сб. научн. тр., ЕрПИ. Инженерные проблемы строительной механики. Ереван 1987, с. 80-90.

5. Левонян Л.А. Термопластическое состояние полого цилиндра под воздействием внутреннего давления, кручения и осевой силы. Докл. НАН Армении. Механика 1999, т. 99. №2, с. 111-115.

Լևոն Հայկազի Լևոնյան

ԱՆՀԱՄԱՍԵՌ ՊՐԻԶՄԱՏԻԿ ԵՎ ԳԼԱՆԱՅԻՆ ՁՈՂԵՐԻ ՊԼԱՍՏԻԿԱԿԱՆ ՎԻՃԱԿԸ ՈԼՈՐՄԱՆ ԵՎ ԾՌՄԱՆ ԴԵՊՔՈՒՄ

ԱՄՓՈՓՈՒՄ

Աշխատանքը նվիրված է ամրապնդման հատկությամբ օժտված պրիզմայաձև և գլանային համասեռ ու անհամասեռ ձողերի լարվածա-դեֆորմացիոն վիճակների ուսումնասիրմանը համատեղ ոլորման և ծռման դեպքում: Օգտագործելով ուժային և այլն գործոնների ձողի երկարությամբ անփոփոխ լինելու առանձնահատկությունը, պլաստիկության տեսության տարածական խնդիրները հանգեցվել են ոչ գծային դիֆերենցիալ հավասարումների ինտեգրմանը: Լուծվել են խնդիրները ուղղանկյուն և օղակաձև հատույթների համար:

Առաջին գլխում ուսումնասիրված է պրիզմայաձև ձողի լարվածա-դեֆորմացիոն վիճակը համատեղ ոլորման և ծռման դեպքում ամրապնդման հատկությամբ օժտված նյութի համար: Տեղափոխությունների ֆունկցիայի օգնությամբ խնդիրը հանգեցվել է ոչ - գծային էլիպտիկ դիֆերենցիալ հավասարման ինտեգրմանը: Ոչ գծային եզրային խնդիրը աստիճանային շարքերի օգնությամբ բերված է Նեյմանի եզրային խնդիրների ռեկուրենտ հաջորդականության, որոնցից առաջինը Լապլասի հավասարման համար, իսկ մյուսները՝ Պուասոնի: Ապացուցված է Նեյմանի խնդիրների լուծելիությունը: Ստացված են լուծումները ուղղանկյուն հատույթի համար և կատարված է թվային հաշվարկ աստիճանային ամրապնդման հատկությամբ օժտված նյութի դեպքում:

Երկրորդ գլխում ուսումնասիրված է ամրապնդման հատկությամբ օժտված նյութից պրիզմայաձև և գլանային անհամասեռ ձողերի լարվածա - դեֆորմացիոն վիճակները համատեղ ոլորման, ծռման, ինչպես նաև մակերևույթին ուղղահայաց ազդող և առանցքի ուղղությամբ անփոփոխ բաշխված ուժերի ազդեցության տակ: Արտածված են հիմնական առնչությունները և հավասարումները օգտագործելով լարումների ֆունկցիաներ, տեղափոխությունների ֆունկցիաներ: Առաջին դեպքում խնդիրը հանգեցվել է ոչ գծային երեք դիֆերենցիալ հավասարումների համակարգի՝ լարումների երկու ֆունկցիաների և լարումների ինտենսիվության նկատմամբ, երկրորդ դեպքում՝ երկու ոչ գծային դիֆերենցիալ հավասարումների համակարգի տեղափոխությունների երկու ֆունկցիաների նկատմամբ, լուծված է այդ համակարգը շրջանային օղակաձև հատույթի համար աստիճանային ամրապնդման և շառավղային կոորդինատից կախված անհամասեռության դեպքում:

Երրորդ գլխում լուծված են խնդիրներ, երբ ձեռքբերովի անհամասեռությունը բարձր ջերմային դաշտի հետևանք է: Փոքր պարամետրի կիրառմամբ լուծված է առանցքահամաչափ, ստացիոնար, բարձր ջերմային դաշտում ներքին ճնշման տակ ոլորման

և ծռման ենթարկվող գլանի խնդիրը, հաշվի առնելով նյութի մեխանիկական բնութագրիչների կախումը ջերմաստիճանից: Նույն խնդիրը ծռման բացակայության դեպքում լուծված է ճշգրիտ, կատարված է կիրառական բնույթի թվային հաշվարկ հաստապատ գլանի համար: Բարձր ջերմային դաշտում ծռման ենթարկվող ուղղանկյուն հատույթով հեծանի խնդիրը աստիճանային ամրապնդման և ծեռքբերովի անհամասեռության դեպքում կրկնակի աստիճանային շարքերի կիրառմամբ բերված է բիհարմոնիկ խնդիրների ռեկուրենտ հաջորդականության: Լուծված է թվային օրինակ: Ստացված է ուղղանկյուն հատվածքի, սնամեջ, ժամանակից կախված փոփոխական հաստությամբ պատերով ձողի ջերմապլաստիկ ոլորման խնդրի լուծումը: Բարակապատ հատվածքի դեպքում ընհանրացնելով Բրեդտի թեորեմը, արտածվել են լարումների արտահայտությունները՝ թվային հաշվարկների իրականացումով: