

ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ՀԱՆՐԱՊԵՏՈՒԹՅԱՆ ԿՐԹՈՒԹՅԱՆ ԵՎ ԳԻՏՈՒԹՅԱՆ ՆԱԽԱՐԱՐՈՒԹՅՈՒՆ
ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ԾԱՐՏԱՐԱԳԻՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆ

A 05.13.02.
П-185

ՊԱՐՈՆԻԿՅԱՆ ԱՐԱՄ ԵՐՎԱՆԴԻ

ՊԱՇՏԱՅԻՆ ԽՆԴԻՐՆԵՐԻ ԼՈՒԾՄԱՆ ԱՎՏՈՄԱՏԱՑՎԱԾ ՀԱՄԱԿԱՐԳ

Ե.13.02 - «Ավտոմատացման համակարգեր» մասնագիտությամբ տեխնիկական
գիտությունների թեկնածուի գիտական աստիճանի հայցման ատենախոսության

ՍԵՂՄԱԳԻՐ

ԵՐԵՎԱՆ – 2006

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РЕСПУБЛИКИ АРМЕНИЯ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ИНЖЕНЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ АРМЕНИИ

ПАРОНИКЯН АРАМ ЕРВАНДОВИЧ

АВТОМАТИЗИРОВАННАЯ СИСТЕМА РЕШЕНИЯ ПОЛЕВЫХ ЗАДАЧ

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук по
специальности 05.13.02 - "Системы автоматизации"

ЕРЕВАН – 2006

*արմ. հայ.
արմ. հայ.*

Ատենախոսության բեման հաստատվել է Հայաստանի Պետական
ճարտարագիտական Համալսարանում:

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Գիտական ղեկավար՝ տ.գ.դ., պրոֆ. Յ. Ա. Թերզյան
Պաշտոնական ընդդիմախոսներ՝ տ.գ.դ., պրոֆ. Ա. Հ. Առաքելյան
Ֆ.-մ.գ.թ., դոց. Վ. Ա. Եղիազարյան

Առաջատար կազմակերպություն՝ «Երևանի մաթեմատիկական մեթոդների
գիտահետազոտական ինստիտուտ» ՓԲԸ

Актуальность работы. Наука и техника достигли такого уровня развития, что множество научных задач получают характер автоматизированного решения. В последнее время почти все направления науки сталкиваются с такими задачами, решение которых требует быстрые и точные расчеты, что становится невозможным без применения автоматизированных систем.

Исследование нелинейных и неоднородных магнитных полей со сложной геометрией связано с огромным объемом вычислений. С одной стороны, с увеличением числа элементов дискретизации возрастает точность приближения к непрерывной области исследования и, следовательно, точность решения краевой задачи, с другой - повышается порядок решаемой системы уравнений, что повышает трудоемкость вычислений.

Вместе с тем принятое на практике "ручное" построение дискретизационной сетки, основанное на предыдущем опыте и инженерной интуиции, ставит в определенной мере результат решения краевой задачи в зависимость от способности исследователя предугадать оптимальную для данной задачи сетку дискретизации. Таким образом, при "ручном" построении сетки дискретизации как результат решения, так и время решения задачи в определенной степени ставятся в зависимость от индивидуальных качеств исследователя.

Кроме того, чрезмерное возрастание количества сеточных узлов и усложнение геометрии исследуемой области делает затруднительным субъективное построение оптимальной сетки. При этом неудачно выбранная сетка не только может стать причиной замедления сходимости процесса последовательных приближений, но и вовсе привести к расходимости процесса. Все это делает особо актуальной проблему автоматического выбора сеточных узлов и построения оптимальной сетки.

Цель диссертационной работы.

1. Разработка подхода к автоматическому построению сетки дискретизации для решения краевых задач методом конечных элементов (далее МКЭ), основанного на последовательной композиции (или декомпозиции) сеточных узлов и элементов в ходе решения краевой задачи в зависимости от поведения получаемых невязок.
2. Обоснование понятий "оптимальная сетка" и "оптимальный алгоритм композиции сеточных узлов" на основе непрерывного отображения регулярной треугольной сетки.
3. Реализация подхода к автоматическому построению адаптивной сетки дискретизации, аппроксимирующей оптимальную сетку.
4. Разработка системы автоматизированного решения нелинейных электромагнитных краевых задач с динамической композицией конечных элементов дискретизации исследуемой области.

Методы исследования. При выполнении диссертационной работы использовались: теория поля, численные методы, математическая топология, теория САПР.

Ատենախոսության պաշտպանությունը տեղի կունենա

2006թ. փետրվարի 24-ին, ժամը 14⁰⁰-ին ՀՊԵՀ 032 Մասնագիտական խորհրդի
նիստում (հասցեն՝ 375009, Երևան, Տերյան փ., 17 մասնաշենք): Ատենախոսությանը
կարելի է ծանոթանալ ՀՊԵՀ-ի գրադարանում:
Սեղմագիրն առաքված է 2006թ. հունվարի 23-ին:

032 Մասնագիտական խորհրդի
գիտական քարտուղար, տ.գ.դ., պրոֆ.  Ա. Հ. Արակելյան


Тема диссертации утверждена в Государственном инженерном
университете Армении.

Научный руководитель: д.т.н., проф. А. А. Терзян
Официальные оппоненты: д.т.н., проф. А. А. Аракелян
к.ф.-м.н., доц. В. С. Егиазарян

Ведущая организация: ЗАО "Ереванский научно-
исследовательский институт
математических машин"

Защита диссертации состоится 24-го февраля 2006г. в 14⁰⁰ ч. на заседании
Специализированного совета 032 в ГИУА (адрес: 375009, г. Ереван, ул. Теряна,
105, корпус 17).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ГИУА.
Автореферат разослан 23-го января 2006г.

Ученый секретарь Специализированного
совета 032, д.т.н., проф.  С. О. Симонян



397-2006

Научная новизна.

1. Дано строгое математическое определение таким применяемым в численных расчетах магнитного поля понятиям, как "оптимальная сетка" и "оптимальный алгоритм композиции сеточных узлов".
2. Для решения полевых задач методом конечных элементов предложен и реализован подход к автоматическому построению сетки дискретизации, аппроксимирующей оптимальную сетку в ходе решения задачи в зависимости от поведения получаемых невязок в узлах сетки.

Практическая ценность работы

Создана автоматизированная система решения полевых задач с динамической композицией элементов дискретизации. Разработанный пакет программ апробован на решении многочисленных задач магнитного поля в области электроаппаратостроения.

Как показали полученные результаты, созданное математическое и программное обеспечение приводит не только к исключению зависимости результатов решения задачи от индивидуальных качеств исследователя, но и к значительному повышению скорости сходимости решения.

Разработанный пакет программ содержит богатое меню функциональных возможностей, удобный и широкий графический интерфейс, что придает программному продукту особую привлекательность.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Строгое математическое определение понятий "оптимальная сетка" и "оптимальный алгоритм композиции сеточных узлов" при адаптивном конечно-элементном разбиении исследуемой непрерывной среды.
2. Подход к автоматическому построению оптимальной сетки дискретизации для решения краевых задач методом конечных элементов, основанный на динамической композиции (или декомпозиции) сеточных узлов и элементов в ходе решения краевой задачи в зависимости от поведения получаемых невязок в узлах сетки.
3. Система автоматизированного решения нелинейных задач электромагнитного поля.

Внедрение результатов работы.

Разработанная система автоматизированного решения задач электромагнитного поля была применена в научной теме "Разработка системы автоматизированного проектирования и математического моделирования с удаленным доступом" (шифр - 0420) лаборатории автоматизированных систем и математического моделирования ГИУА.

Апробация работы. Основные научные результаты и положения диссертации докладывались на годичной научной конференции ГИУА (Ереван, 2004г.), международной молодежной конференции "Информационные технологии" (Ереван, 2005г.), научных семинарах кафедры "Электрические машины и аппараты" департамента электротехники ГИУА (Ереван 2002-2004г.).

Публикации. По теме диссертационной работы опубликованы 4 статьи, которые приведены в конце автореферата.

Структура и объем диссертации. Диссертационная работа состоит из введения, 5-и глав, заключения, списка литературы из 99 наименований и

приложения. Общий объем работы составляет 133 страницы (без приложения), включая 4 таблицы и 134 рисунка.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность работы и сформулирована практическая значимость полученных научных результатов.

В первой главе рассмотрены три основные фазы процесса проектирования в системах, применяющих МКЭ – описание задачи, решение задачи и визуализация результатов, а также приводится обзор наиболее известных и передовых систем автоматизированного проектирования (САПР), включающих решение краевых задач.

В обзоре описаны методы построения конечно-элементных сеток, которые так или иначе осуществляют многокритериальное построение сетки, что значительно осложняет процесс проектирования, требуя от исследователя глубоких знаний относительно данной системы, а также предварительной информации о характеристиках проектируемого объекта. В этих системах для осуществления проектирования 1-ой фазы предоставляются многофункциональные возможности, вместе с тем предполагая, что проектировщик владеет значительным опытом работы в данной графической системе и без затруднений может оформить свою задачу.

Обзор литературы показал, что САПР различного назначения, которые применяют МКЭ и его аналоги, основное внимание уделяют второму и третьему этапам - то есть на быстрдействие решения задачи, высокую точность и постпроцессинг – качественное и подробное отображение результатов. Как второй, так и третий фазы осуществляются системой автоматически. Первая фаза представляет собой то, что полностью должно осуществляться проектировщиком, то есть построение сетки дискретизации среды и геометрической модели исследуемого объекта.

В заключении главы приводятся постановка задачи, полученные результаты, научная новизна и положения, выносимые на защиту.

Во второй главе для решения полевых задач методом конечных элементов предложен и реализован подход к автоматическому построению сетки дискретизации, аппроксимирующей оптимальную сетку. Дано строгое математическое определение понятиям "оптимальная сетка" и "оптимальный алгоритм композиции сеточных узлов". Предложенный подход основан на последовательной композиции (или декомпозиции) сеточных узлов и элементов в ходе решения краевой задачи в зависимости от поведения получаемых невязок на вершинах элементов дискретизации а также от геометрических размеров последних.

Рассмотрим на плоскости P магнитное поле, созданное электрическим током, причем токнесущую область полагаем одноточечной. Обозначим через F совокупность факторов, влияющих на магнитное поле (геометрия ферромагнетиков, их кривая намагничивания, значения токов и т.д.). Задачу нахождения поля при наличии факторов F обозначим через Z_F . Решить задачу Z_F означает – определить распределение векторного магнитного потенциала A

на всей плоскости P . Соответствующую эквипотенциальную линию уровня A_k обозначим через $L(F, A_k)$.

Векторный магнитный потенциал A удовлетворяет уравнению Максвелла в среде, поэтому он обязан быть дважды непрерывно дифференцируемым во всех точках плоскости. Следовательно, эквипотенциальные линии $L(F, A_k)$ суть непрерывные замкнутые гладкие кривые. Гладкость понимается в смысле существования криволинейного интеграла $\int_L dl$, где dl - элемент длины дуги.

$$L(F, A_k)$$

Пусть Z_0 - задача нахождения магнитного поля на плоскости P_0 , в которой отсутствуют ферромагнетики. Очевидно, для этой задачи эквипотенциальные линии $L(0, A_k)$ суть концентрические окружности радиуса r_k с центром в токнесущей области.

С точки зрения математической топологии, линии $L(F, A_k)$ и $L(0, A_k)$ эквивалентны (с точностью до преобразования деформации). Поэтому имеет место следующее утверждение.

Теорема 1. Для каждой задачи Z_F существует отображение $f_F: P \rightarrow P_0$ плоскости P в плоскость P_0 , такое, что для всех уровней A_k эквипотенциальные линии $L(F, A_k)$ переходят в концентрические окружности, т.е. $f_F(L(F, A_k)) = L(0, A_k)$. Это отображение является взаимно-однозначным и непрерывным.

Доказательство. Пусть задача Z_F решена и в произвольной точке X плоскости P известно значение потенциала A_k . Точке X поставим в соответствие точку $f_F(X)$ на окружности $L(0, A_k)$ радиуса r_k . На эквипотенциальные линии $L(F, A_k)$ выберем начало отсчета O_k . Угловую координату вычислим по выражению $\varphi = 2\pi \int_{O_k}^X \frac{dl}{L(F, A_k)}$. Тогда искомым образом

$f_F(X)$ есть точка с полярными координатами (r_k, φ) . Непрерывность отображения следует из возможности выбора начала отсчета на разных эквипотенциальных линиях непрерывным образом.

Зная отображение f_F , можно найти распределение магнитного потенциала, и наоборот. Решение полевой задачи Z_F эквивалентно нахождению отображения f_F .

При построении сетки конечных элементов следует учитывать два условия:

а) внутри элемента физическая среда должна быть однородной, т.е. границы раздела сред должны быть границами раздела элементов;

б) вершины элементов должны быть как можно ближе друг к другу, чтобы их участие в формировании конечноэлементной матрицы коэффициентов в качестве "соседних узлов" было обоснованным.

Нахождение трех пар вершин треугольного элемента по возможности ближе друг к другу осуществляется исключением тупоугольно-остроугольных элементов. Математически условие "б" означает, что минимальный внутренний угол в отдельном элементе должен быть как можно больше (но он всегда меньше чем $\pi/3$).

Разработан алгоритм локальной поправки сетки, цель которой по возможности исключить образование остроугольных треугольников. Сущность алгоритма поправки состоит в том, что после каждого деления осуществляется проверка всех ребер измененных треугольников и диагоналей, построенных вершинами четырехугольных примитивов, созданных примыкающими друг к другу треугольниками. Затем из диагоналей выбирается та, которая короче и создается новая пара треугольников.

Триангуляция в этом алгоритме состоит из двух этапов - в начале строится произвольная весьма грубая сетка на основе вершин заданной модели, учитывая условия Делоне, затем проводится поправка сетки, применяя условия "а" и "б" для всех элементов.

Каждое ребро d сетки является стороной двух треугольников, составляющих вместе четырехугольник Q (рис. 1).

Одна из диагоналей этого четырехугольника и есть d , обозначим через d' вторую диагональ. Четырехугольник Q делится на два треугольника диагональю d или d' .

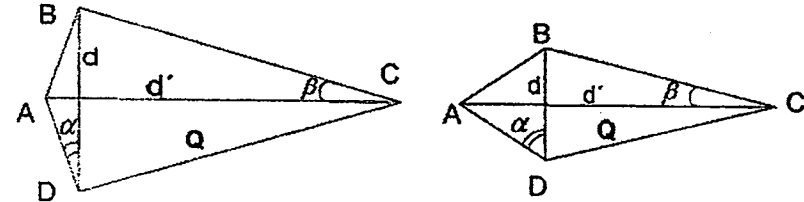


Рис.1. Поправка элементов сетки

Выбор разделяющей диагонали производится с учетом условия "а". Если для обеих диагоналей выполняется условие "а", то проверяется условие "б". Заметим, что длина диагонали имеет второстепенное значение. Например, на рис. 1 угол α является минимальным для треугольника ABD , а угол β - минимальным для треугольника ABC . Слева $\alpha < \beta$, а справа $\alpha > \beta$, соответственно деление на треугольники производится слева - при помощи диагонали $d'=AC$, а справа - при помощи диагонали $d=BD$, хотя в обоих случаях имеем $d < d'$.

И так, в алгоритме поправки необходимо учитывать ситуации, изображенные на рис. 2. В обоих случаях поправка не дозволена - в первом случае (слева) при замене диагонали "ас" на "bd" образуются узкоугольные элементы, что приводит к ухудшению сетки, а во втором случае замена диагонали противоречит принципу расположения конечных элементов на плоскости.

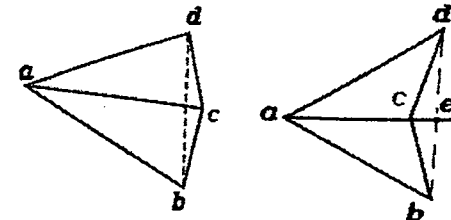


Рис.2. Ситуации, при которых локальная поправка не дозволена

Дадим строгое математическое обоснование условию "б" на основе введенного выше отображения f_F . Так как на плоскости P_0 задача Z_0 является тривиальной, то многие понятия легко определяются для задачи Z_0 . Затем эти понятия с помощью отображения f_F переносятся на задачу Z_F .

Так, например, из соображений симметрии следует, что для задачи Z_0 оптимальной является регулярная сетка S_0 из плоских равносторонних треугольников (пчелиные соты). Заметим, что при отображении f_F тройка точек на плоскости P переходит в тройку точек на плоскости P_0 . Следовательно, треугольник переходит в треугольник, а сетка из треугольных элементов переходит опять же в сетку из треугольников.

Определение 1. Сетка из треугольных элементов S называется оптимальной для данной полевой задачи Z_F , если при отображении f_F она переходит в регулярную сетку S_0 из равносторонних треугольников:

$$f_F(S) = S_0.$$

Для введения в множестве возможных сеток понятия "лучше" ("хуже") нам нужно ввести в плоскости P метрику (неевклидово расстояние), зависящую от ферромагнетиков F . Обычное евклидово расстояние между точками x и y плоскости P_0 обозначим через $e(x,y)$.

Определение 2. Расстоянием, индуцированным полевой задачей Z_F , называется функция двух точек $R_F(x,y)$, равная евклидовому расстоянию их образов при отображении f_F :

$$R_F(x,y) = e(f_F(x), f_F(y)), \quad x,y \in P.$$

Напомним, что функция двух точек $R(x,y)$ определяет расстояние, если удовлетворяет следующим трем условиям:

- 1) $R(x,y) > 0$, если $x \neq y$;
- 2) $R(x,y) = R(y,x)$;
- 3) $R(x,x) = 0$;
- 4) $R(x,y) + R(y,z) \geq R(x,z)$ (неравенство треугольника).

Теорема 2. Для каждой задачи Z_F функция R_F определяет расстояние на деформированной плоскости.

Доказательство следует из того, что евклидово расстояние удовлетворяет условиям 1–3. Например, для неравенства треугольника имеем

$$R(x,y) + R(y,z) = e(f_F(x), f_F(y)) + e(f_F(y), f_F(z)) \geq e(f_F(x), f_F(z)) = R(x,z)$$

Заметим, что в метрике расстояния R_F эквипотенциальные линии $L(F, A_k)$ суть концентрические окружности.

Следствие. Решение полевой задачи Z_F эквивалентно нахождению расстояния R_F .

Для данной сетки S и задачи Z_F обозначим

$$M = \max R_F(x,y), \quad m = \min R_F(x,y),$$

где максимум и минимум берутся по всем парам соседних узлов сетки S .

Определение 3. Индексом сетки S из треугольных элементов для данной полевой задачи Z_F называется число $(M - m)/M$.

Отметим, что расстояние R_F , а значит, и индекс сетки зависят от ферромагнитных факторов F , так что одна и та же сетка может иметь разный индекс для разных задач. Индекс показывает удаленность сетки от оптимальной: чем меньше индекс, тем "лучше".

Следствие. Оптимальная сетка (и только она) всегда имеет нулевой индекс.

С целью уменьшения индекса сетки предлагается менять количество узлов по ходу решения задачи. При этом желательно добавлять узлы так, чтобы два наиболее удаленных друг от друга соседних узла перестали бы быть соседними.

Определение 4. Алгоритм композиции сеточных узлов назовем оптимальным, если новый узел добавляется между двумя наиболее удаленными друг от друга (в метрике расстояния R_F) соседними узлами. Оптимальный алгоритм композиции сеточных узлов обязательно приводит к уменьшению индекса сетки.

Заметим, что для построения оптимального алгоритма композиции сеточных узлов не нужно знать все значения функции R_F (что эквивалентно решению всей полевой задачи), достаточно знать поведение функции расстояния лишь для пар близких точек. А для последних сложную функцию R_F можно аппроксимировать более простыми функциями, пренебрегая влиянием далеких факторов.

Неудачные алгоритмы автоматической композиции сеточных узлов приводят к деформации сетки и расходимости соответствующего процесса итераций численного решения полевой задачи. Следовательно, с помощью численных экспериментов можно судить, насколько удачна аппроксимация функции расстояния.

Метод апробован на задаче определения магнитного поля в области, представленной на рис. 3.

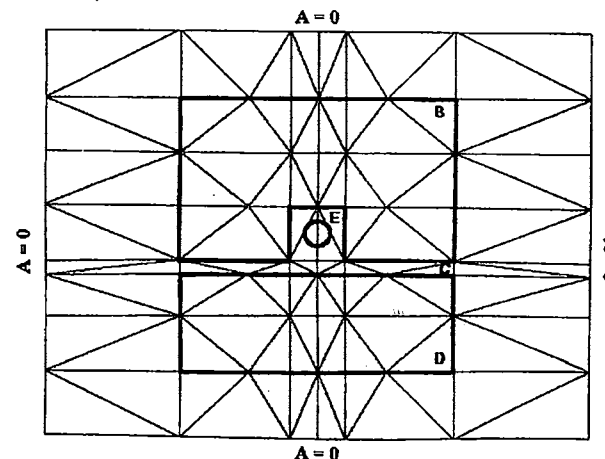


Рис.3. Исследуемая область с заданными граничными условиями и начальной сеткой дискретизации

На рисунке показано электромагнитное устройство с ферромагнитными участками B и D, разделенными воздушным зазором C. Устройство содержит обмотку E, обтекаемую током. Для определения поля в устройстве краевую задачу необходимо решить с нулевыми граничными условиями на бесконечности. Однако, учитывая, что поле вне устройства достаточно быстро

затухает, можно ограничиться рассмотрением конечной области воздушного пространства, окружающего устройство, и принять на границе нулевые значения потенциалов (рис. 3). На этом рисунке представлена также начальная (грубая) сетка дискретизации исследуемой области.

Мы предполагали в нижеописанных экспериментах, что функция расстояния для пар x, y близких точек зависит лишь от трех переменных: евклидова расстояния между ними $e(x, y)$, суммарной невязки ε в точках, а также коэффициента k (зависящего от признака среды), оцениваемого эмпирическим путем:

$$R(x, y) = f(e, \varepsilon, k)$$

Эффективность работы алгоритма в сильной степени зависит от выбора функции $R(x, y)$. В проведенном эксперименте в качестве функции $R(x, y)$ принято следующее выражение:

$$R(x, y) = k\varepsilon e^2.$$

Большое влияние на формирование оптимальной сетки оказывает выбор численного значения k . Так, в случае

$$k = \begin{cases} 1 & \text{в воздухе,} \\ 2 & \text{в ферромагнетике,} \\ 1,5 & \text{на границе сред} \end{cases}$$

образуются тупоугольные треугольники, как показано в отмеченных кружками областях рис. 4, что приводит к расходимости процесса решения задачи (рис. 5). На рис. 5 показано поведение максимальной невязки в зависимости от количества итераций.

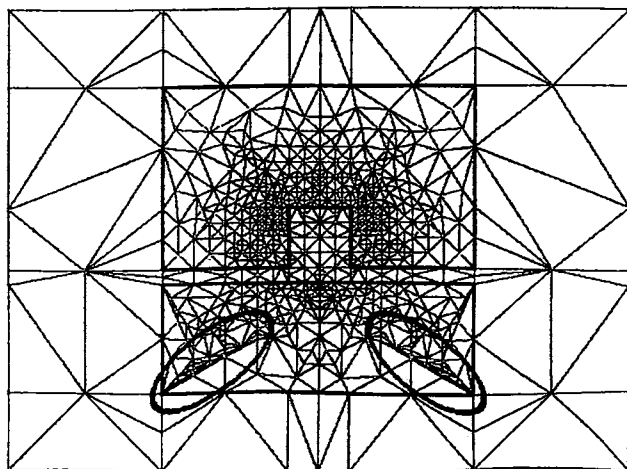


Рис.4. Отрицательное влияние неудачно выбранного коэффициента k

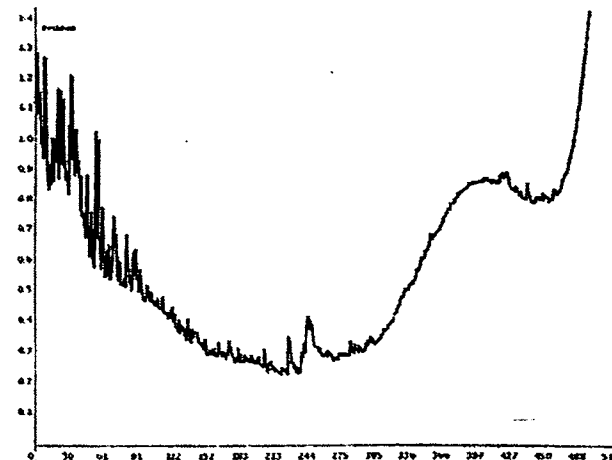


Рис.5. Расхождение процесса решения при неудачном выборе коэффициента k

Наилучшая сетка (рис. 6) в эксперименте получена в случае

$$k = \begin{cases} 1 & \text{в воздухе,} \\ 2 & \text{в ферромагнетике,} \\ 4 & \text{на границе сред.} \end{cases}$$

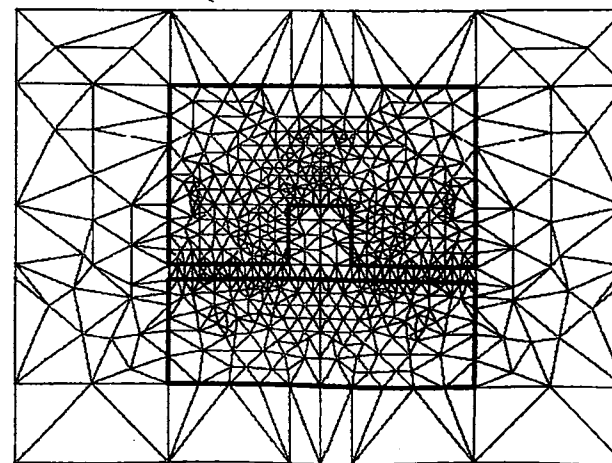


Рис.6. Наилучшая сетка для данной задачи

На рис.7 показан процесс сходимости решения задачи с динамической декомпозицией сетки с данным значением k (кривая 1). На том же рисунке показан процесс сходимости решения (кривая 2) той же задачи с конечной (рис. 6) фиксированной сеткой.

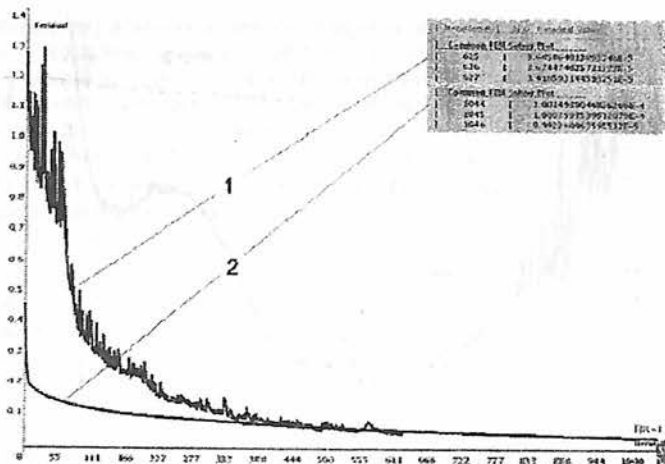


Рис.7. Процесс сходимости решения задачи

Как видно из рис.7, динамическая декомпозиция по предложенному алгоритму приводит к решению задачи за 627 итераций, а при фиксированной сетке задача решается за 1046 итераций.

Сгущение сетки можно также осуществить по элементам. В качестве критерия выбора делимого элемента берется следующее произведение:

$$K = \sum_{j=1}^3 E_j S^\alpha L^\beta, \quad (1)$$

где E_j – значение невязки – разницы между значениями искомого потенциала в данной точке до итерации и после (берется сумма значений E трех вершин каждого элемента); S – площадь элемента, L – периметр элемента, α и β – факторы воздействия соответствующих параметров. Первый множитель способствует тому, что узлы добавляются в местах, где велика невязка. Причем она велика там, где сильно меняются значения магнитной проницаемости. Второй и третий множители обеспечивают уменьшение геометрических размеров элементов.

С помощью вариации степенных коэффициентов α и β контролируются факторы приоритетов площади и периметра элемента. Эффективность и вообще воздействие этих коэффициентов на ход задачи замечается в диапазоне $[0.0, 3.0]$ их значений.

Вышеуказанный принцип эквивалентен следующему: искать и найти вершину с максимальным значением E , затем из окружающих его элементов выбрать элемент с наибольшей площадью, на середине самого длинного ребра которого и добавить новую вершину. Однако этот подход требует большое количество вычислительных действий и памяти, что становится особенно заметным при значительном сгущении сетки. Если новый узел добавить в центре тяжести элемента, то при условиях сохранения положения ребер элемента образуются нежелательные тупоугольные треугольники (согласно условию "б").

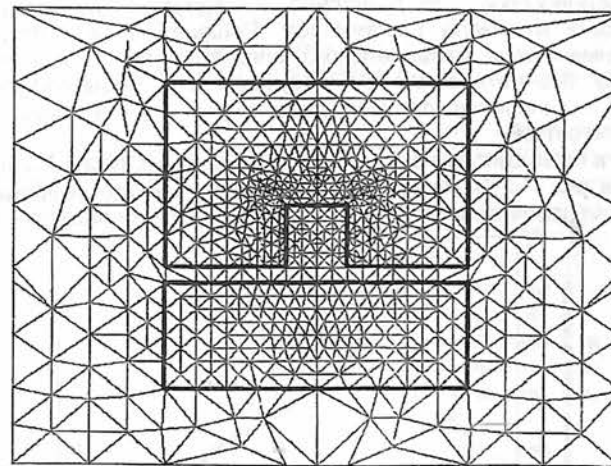


Рис.8. Хорошая сетка, полученная алгоритмом с критерием (1).

После каждого деления элемента или ребра опять производится процедура поправки в окружении измененных элементов.

Представленный алгоритм носит интуитивный характер, поскольку критерий сгущения сетки получается эмпирическим путем. Опыт показал, что все же наилучшие результаты с помощью разработанного алгоритма получаются при значениях $\alpha = \beta = 1.0$ (рис. 8, 9).

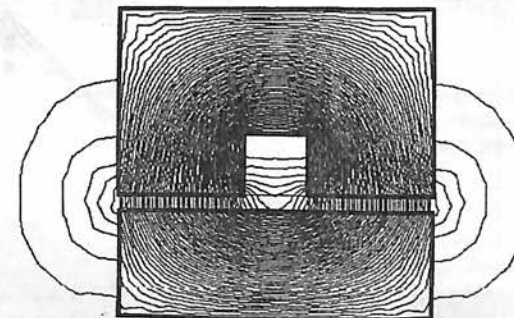


Рис.9. Распределение эквипотенциальных линий, полученное алгоритмом с критерием (1)

В третьей главе осуществлено параллельное решение систем линейных уравнений на основании языка программирования "C" и технологии MPI. На основе параллельных алгоритмов была создана серверная часть разработанной САПР для частично параллельного решения задач, описываемых на удаленных компьютерах.

Для определения эффективности решения краевых задач частично-параллельными алгоритмами, проведен численный эксперимент с вариацией

от 1 до 5 процессоров, что позволило исследовать зависимость времени решения задачи от числа процессоров. Решение задачи потребовало 9 итераций применением параллельного алгоритма прямого метода Гаусса решения СЛАУ. В 6-й итерациях из 9-й осуществлена декомпозиция сетки, с 7-ой итерации остановился процесс декомпозиции и началось решение с фиксированной сеткой.

Результаты длительности решения задачи в случае 1-5 процессоров приведены на рис. 10. Зависимость длительности каждой итерации решения задачи от числа процессоров при наличии сгущения сетки приведено на рис.11.

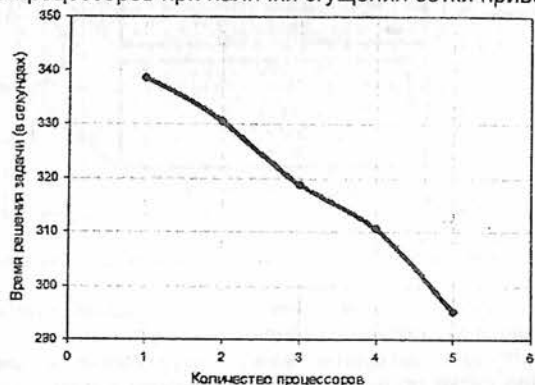


Рис.10. Зависимость длительности параллельного решения задачи от числа процессоров

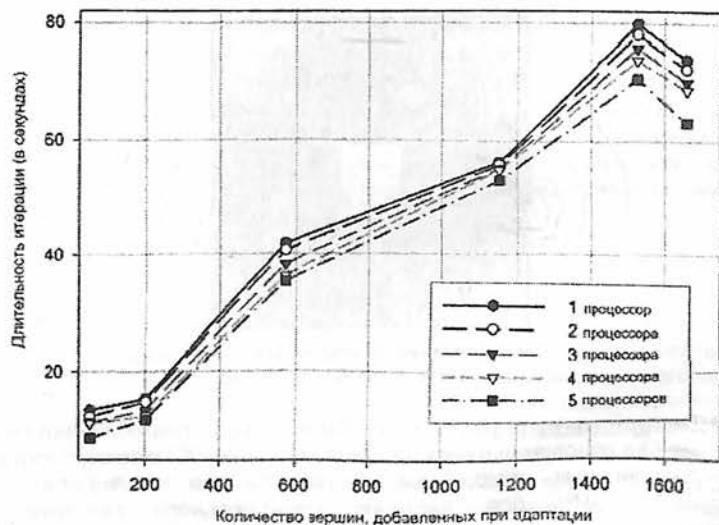


Рис.11. Зависимость длительности итерации решения задачи от сгущения узлов при различных числах используемых процессоров

В четвертой главе приведена общая характеристика разработанной автоматизированной системы решения полевых задач. Представлены основные функции графического интерфейса системы и подробное описание этапов решения задач.

В пятой главе представлены результаты численного эксперимента. В качестве вариационных параметров взяты критерии построения оптимальной сетки, значение плотности тока, удаленность нулевых границ среды от исследуемого объекта и марка стали. Для проведения численного эксперимента выбраны 6 реле, изучение которых осуществлено в двух режимах (открытый и закрытый). Изображения двух из шести исследуемых реле представлены ниже на рисунках 12а,б,в,г и 13а,б,в,г. На рисунках "а" показаны геометрические модели исследуемых объектов, на рисунках "б" изображены предварительные грубые сетки дискретизации исследуемых сред, на рисунках "в" – виды сеток для данных задач после адапционных процедур, а на рисунках "г" – распределения магнитного поля для соответствующих моделей.



Рис.12а. Геометрическая модель исследуемого реле

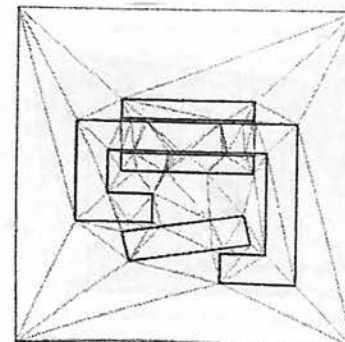


Рис.12б. Предварительная грубая сетка дискретизации среды для исследуемого реле рис. 12а

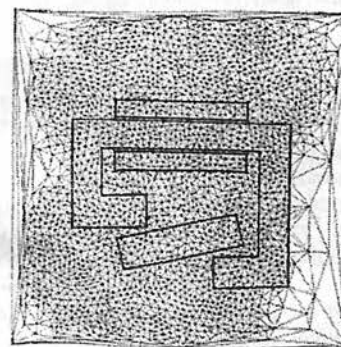


Рис.12в. Вид сетки для исследуемого реле (рис. 12а) после адапционной процедуры

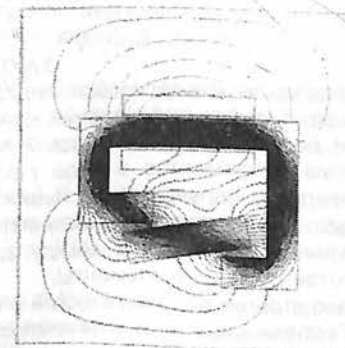


Рис.12г. Распределение магнитного поля реле, представленного на рис. 12а



Рис.13а. Геометрическая модель исследуемого реле

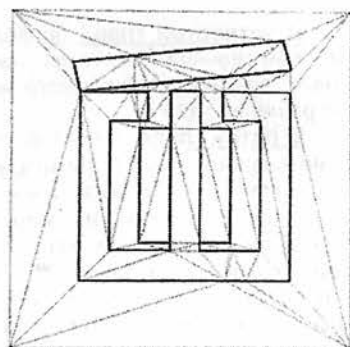


Рис.13б. Предварительная грубая сетка дискретизации среды для исследуемого реле рис. 13а

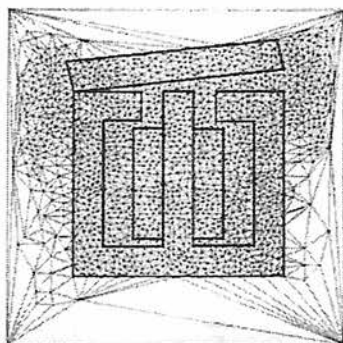


Рис.13в. Вид сетки для исследуемого реле (рис. 13а) после адаптивной процедуры

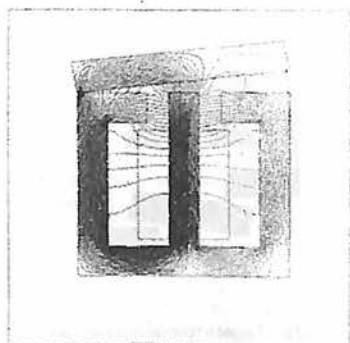


Рис.13г. Распределение магнитного поля реле, представленного на рис. 13а

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Предложен и реализован подход к автоматическому построению сетки дискретизации для решения краевых задач методом конечных элементов. Он основан на динамической композиции (или декомпозиции) сеточных узлов и элементов в ходе решения краевой задачи в зависимости от поведения получающихся невязок в узлах сетки. Рассмотрен также метод адаптации сетки размножением сетевых узлов за счет минимизации разницы потенциалов между двумя соседними вершинами, расщепляя соответствующие элементы.
2. Дано строгое математическое определение понятиям "оптимальная сетка" и "оптимальный алгоритм композиции сеточных узлов".
3. В результате применения алгоритмов автоматического построения оптимальных конечноэлементных сеток представлена возможность

освободить исследователя от проблемы эффективного выбора граней исследуемого ограниченного пространства. Изучением поведения элементов, примакающих к автоматически выбранным граням, появилась возможность с помощью адаптивных сеток придать свойства подвижности граням среды, что полезно с точки зрения повышения точности с одновременным обеспечением высокой скорости решения задачи.

4. В результате применения метода конечных элементов и вышеуказанных алгоритмов, разработана автоматизированная система решения электромагнитных полевых задач для исследования магнитного поля и технических параметров электрических машин и аппаратов. Кроме предоставления стандартной (локальной) программной среды автоматизированного решения проектных задач, система дает возможность пользователю описать задачу на своем компьютере и решить ее по распределенному принципу (схема клиент-сервер) на удаленной мощной многопроцессорной вычислительной машине.
5. Проведен значительный объем численных экспериментов. Как показали полученные результаты, созданное математическое и программное обеспечение приводит не только к исключению зависимости результатов решения задачи от индивидуальных качеств исследователя, но и к значительному повышению скорости сходимости решения.
6. На основе стандартных технологий параллельного и многопоточного программирования (MPI, Pthreads), разработаны параллельные алгоритмы решения систем линейных алгебраических уравнений, получаемых в конечной фазе решения краевой задачи, с целью повышения быстродействия решения проектируемых задач в результате их применения в высокопроизводительных многопроцессорных системах типа "Кластер". Применен вычислительный пакет PETSc для решения вышеуказанных систем уравнений методом сопряженных градиентов, а также некоторыми другими методами.

ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Պարոնիկյան Ա. Ե. Վերջավոր տարրերի ավտոմատացված կառուցում դաշտային խնդիրների լուծման դեպքում //ԳԴԵԴ-ի տարեկան գիտատեղովի նյութերի ժողովածու: Երևան, 2004: - 3. 1. էջ. 169 – 171.
2. Պարոնիկյան Ա. Ե. Օպտիմալ ցանցի ավտոմատ կառուցման եղանակ՝ վերջավոր տարրերի մեթոդով եզրային խնդիրների լուծման համար //Տեղեկատվական տեխնոլոգիաներ միջազգային երիտասարդական գիտատեղովի նյութերի ժողովածու: Երևան, 2005: էջ. 187–191.
3. Терзян А.А, Сукиасян Г.С., Пароникян А.Е. О расчете магнитных полей методом конечных элементов с динамической композицией элементов дискретизации. //Известия НАН РА и ГИУА. Сер. Т.Н. – 2005. Т. 58, N2. – С. 332-339.
4. Терзян А.А, Сукиасян Г.С., Пароникян А.Е. Об оптимизации сетки для расчета магнитных полей методом конечных элементов. //Известия НАН РА и ГИУА. Сер. Т.Н. – 2005. Т. 58, N3. – С. 570-578.

15.05.2014

ՊԱՐՈՆԻԿՅԱՆ ԱՐԱՄ ԵՐՎԱՆԴԻ

"ՂԱՇՏԱՅԻՆ ԽՆԴԻՐՆԵՐԻ ԼՈՒԾՄԱՆ ԱԿՏՈՄԱՏԱՑՎԱԾ ՀԱՄԱԿԱՐԳ"

ԱՄՓՈՓԱԳԻՐ

Առաջարկված և իրականացված է վերջավոր տարրերի մեթոդով եզրային խնդիրների լուծման համար ընդհատավորման ցանցի ավտոմատ կառուցման մոտեցում, հիմնված ցանցային հանգույցների և տարրերի հաջորդական կոմպոզիցիայի (կամ դեկոմպոզիցիայի) վրա՝ կախված խնդրի լուծմանը զուգընթաց ստացվող անհամապատասխանությունների վարքից: Առաջարկված է նաև ցանցի ադապտացիայի եղանակ ցանցային հանգույցների արագ բազմացմամբ՝ ի հաշիվ տարրերի տրոհման միջոցով երկու հարևան գազաթների միջև պոտենցիալների տարբերության մինիմալացման:

Տրված է "օպտիմալ ցանց" և "ցանցային հանգույցների կառուցման օպտիմալ ալգորիթմ" հասկացությունների մաթեմատիկական ձևակերպումը:

Օպտիմալ վերջավոր տարրային ցանցերի ավտոմատ կառուցման ալգորիթմների կիրառման արդյունքում հնարավորություն է ստեղծվել նախագծողին ազատելու հետազոտվող միջավայրի եզրերի արդյունավետ ընտրության պրոբլեմից: Ուսումնասիրելով նախապես ավտոմատ ընտրված եզրերին հարող տարրերի վարքը, հնարավորություն է ստեղծվել ադապտիվ ցանցի միջոցով միջավայրի եզրերին տալ շարժունակության հատկություններ, ինչը օգտակար է խնդրի լուծման ճշտության բարձրացման և միաժամանակ լուծման բարձր արագություն ապահովելու տեսանկյունից:

Վերջավոր տարրերի մեթոդի ու վերոնշյալ ալգորիթմների կիրառության արդյունքում մշակվել է էլեկտրամագնիսական դաշտային խնդիրների լուծման ավտոմատացված համակարգ՝ էլեկտրական մեքենաների և ապարատների մագնիսական դաշտերի հետազոտման համար: Բացի նախագծման խնդիրների ավտոմատացված լուծման ծրագրային ստանդարտ (լոկալ) սխեմայի տրամադրումից, համակարգը նախագծողին հնարավորություն է ընձեռում նաև առաջադրել խնդիրը իր համակարգչի վրա և լուծել այն հզոր բազմապրոցեսորային հաշվողական կոմպլեքսի վրա տարաբաշխված (կլիենտ-սերվեր) սխեմայով:

Իրականացված են գիտափորձնական մեծածավալ աշխատանքներ: Ինչպես ցույց են տվել արդյունքները, ստեղծված մաթեմատիկական և ծրագրային ապահովումը բերում է ոչ միայն խնդրի լուծման արդյունքների կախվածության զգալի նվազեցմանը նախագծողի անհատական որակներից, այլ նաև լուծման զուգամիտման արագության նկատելի մեծացման:

Կիրառվել են ստանդարտ տեխնոլոգիաներ եզրային խնդրի լուծման վերջնական փուլում ստացվող գծային հավասարումների համակարգի լուծման ալգորիթմների զուգահեռակցման և "կլաստեր" բազմապրոցեսորային համակարգերում դրանց կիրառման արդյունքում նախագծվող խնդիրների լուծման արագագործությունը մեծացնելու նպատակով: Կիրառվել է նաև PETSс հաշվողական փաթեթը համալուծ գրադիենտների և մի քանի այլ մեթոդներով վերոնշյալ համակարգերի լուծման համար:

